

## **Resultat från kursprovet i matematik 1c höstterminen 2017**

**Katarina Kristiansson & Karin Rösmer Axelson**

**PRIM-gruppen**

### **Inledning**

De nationella proven i matematik 1a, 1b och 1c konstrueras och utvecklas, på uppdrag av Skolverket, av PRIM-gruppen, Stockholms universitet. I denna rapport presenteras en sammanställning av resultaten för det nationella provet för matematik 1c som gavs höstterminen 2017. Det huvudsakliga syftet med rapporten är att redovisa och diskutera resultat från genomförandet av det aktuella provet.

Resultatredovisningen från höstterminens nationella prov i matematik 1c kommer från två skilda insamlingar. Den ena insamlingen är Skolverkets resultatinsamling från samtliga gymnasieskolor och omfattar resultat för provet som helhet. Insamlingen består av resultat från cirka 16 000 elever för matematik 1c.

Den andra insamlingen är PRIM-gruppens insamling som består av lärarenkäter och inrapporterade resultat på uppgiftsnivå från ett slumpmässigt urval elever. Resultaten från lärarenkäterna och elevresultaten på uppgiftsnivå är viktiga källor för utvecklingen av kursproven. För matematik 1c består insamlingen av resultat från cirka 300 lärare och cirka 1 500 elever (ca 600 flickor respektive ca 900 pojkar).

Det nationella provet från höstterminen 2017 omfattas av sekretess vilket innebär att ingen av dessa uppgifter kan publiceras. Kursproven från vårterminen 2012 och höstterminen 2016 omfattas inte längre av sekretess och dessa finns tillgängliga på PRIM-gruppens webbplats ([www.su.se/primgruppen](http://www.su.se/primgruppen)). I början av 2018 publicerade PRIM-gruppen exempelprov med tillhörande bedömningsanvisningar och bedömda elevarbeten för matematik 1a, 1b och 1c. Dessa exempelprov finns också tillgängliga på PRIM-gruppens webbplats. Materialet ger elever möjlighet att arbeta med uppgifter inför ett nationellt prov samt att se hur bedömningen kan se ut och ta del av olika typer av elevlösningar till uppgifterna. Man kan med fördel, gemensamt i klassen, diskutera bedömning och bedömda elevarbeten.

## Provets sammansättning

Kursprovet omfattade fyra delprov som tillsammans gav eleverna möjlighet att visa sina kunskaper i matematik på olika sätt. De olika delproven skiljde sig åt vad gäller kunskapsinnehåll, arbetssätt, redovisning och bedömning. Ett delprov, delprov A, var muntligt och avsåg främst att pröva kunskaper om olika representationer av funktioner samt muntlig kommunikations- och resonemangsförmåga. De övriga tre delproven, delprov B–D, var skriftliga. Ett av dessa delprov bestod av uppgifter där digitala verktyg inte var tillåtna. I detta delprov krävde flertalet uppgifter endast svar, endast till vissa av uppgifterna krävdes även redovisning. Ett annat delprov bestod av en mer omfattande, utredande problemlösningsuppgift som handlade om procent. Ett tredje skriftligt delprov bestod av redovisningsuppgifter.

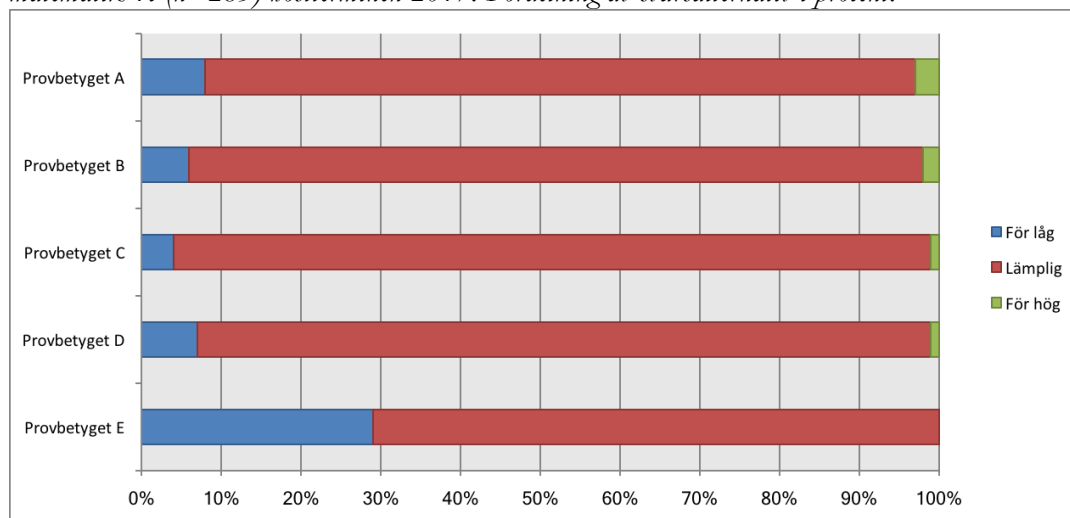
Ämnesplanens beskrivning av kursernas innehåll och kunskapskrav ger ramen för kursprovets innehåll. Kursproven består av uppgifter som avser att pröva elevernas kunskaper i relation till kunskapskraven och de i ämnesplanen beskrivna förmågorna på olika kvalitativa nivåer. Vid kursprovets konstruktion används poäng som utgår från de i ämnesplanen beskrivna förmågorna och de olika kvalitativa nivåerna E, C och A. Poängen används för att få en fördelning enligt fastställda riktlinjer, både med avseende på förmågor och på kvalitativa nivåer. Detta för att få en lämplig fördelning av förmågor och kvalitativa nivåer men även för att få en stabilitet över tid genom att de fastställda riktlinjerna är desamma från prov till prov.

## Resultat från prov och enkäter

Vad gäller provbetyg visade PRIM-gruppens urvalsinsamling i stort sett samma resultat som Skolverkets totalinsamling. I Skolverkets totalinsamling var andelen som minst nått provbetyget E, 96 procent för matematik 1c. I PRIM-gruppens urvalsinsamling var andelen densamma. Den genomsnittliga betygspoängen i Skolverkets totalinsamling var 14,9. I PRIM-gruppens urvalsinsamling var den genomsnittliga betygspoängen 14,7.

I lärarenkäten som hör till provet har lärare fått svara på frågan om vad de anser om kravgränserna för de olika provbetygen. För samtliga kravgränser är alternativet ”Lämplig” mest förekommande. 29 % av de tillfrågade lärarna tyckte att kravgränsen för provbetyget E var för låg.

**Figur 1.** Svar på frågan ”Vad anser du om kravgränserna för respektive provbetyg?” för kursprovet i matematik 1c (n=285) höstterminen 2017. Fördelning av svarsalternativ i procent.



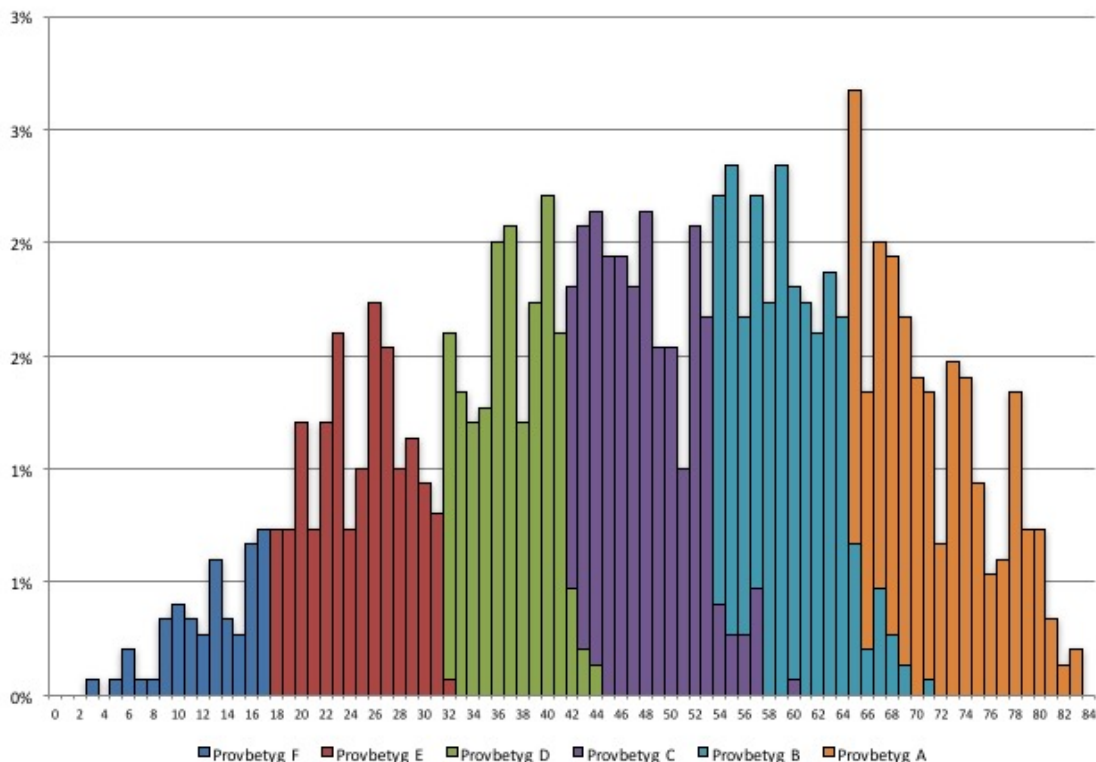
Kravgränserna bestod av ett totalpoängskrav och ett nivåpoängskrav (ett krav på ett antal poäng på lägst en viss nivå). Denna typ av kravgräns gör att en elev kan ha tillräckligt många totalpoäng för att erhålla ett visst provbetyg men inte visat tillräcklig kunskap på provbetygsnivå (inte har tillräckligt många nivåpoäng) och därför erhåller ett lägre provbetyg än vad totalpoängen indikerar. Det kan också vara så att en elev har tillräckligt många nivåpoäng, men inte tillräckligt många totalpoäng för ett visst provbetyg.

**Tabell 1.** *Kravgränser för de olika provbetygen, matematik 1c höstterminen 2017.*

Matematik 1c	Provbetyg E	Provbetyg D	Provbetyg C	Provbetyg B	Provbetyg A
<b>Totalpoäng</b>	Minst 18 poäng	Minst 32 poäng	Minst 42 poäng	Minst 54 poäng	Minst 65 poäng
<b>Nivåkrav</b>		Minst 12 poäng på lägst nivå C	Minst 21 poäng på lägst nivå C	Minst 7 poäng på nivå A	Minst 13 poäng på nivå A

När resultatet för respektive elev rapporteras in anger läraren vilket preliminärt kursbetyg denne hade tänkt sätta på elevens prestationer innan det nationella provet genomfördes. I urvalsinsamlingen angav lärarna att de i snitt skulle sätta kursbetyg med betygspoängen 13,7 vilket var något lägre än den genomsnittliga betygspoäng (14,7) som eleverna presterade på provet. Lärarna planerade således att, innan provtillfället, i genomsnitt sätta i stort sett samma betyg på elevernas prestationer som de sedan presterade i provbetyg.

**Figur 2.** Procentuell fördelning av total poängsumma för de elever som erhöill ett provbetyg på kursprovet i matematik 1c (n=1497) höstterminen 2017. Staplarna är färgade efter vilket provbetyg eleven erhöill på kursprovet.



**Tabell 2.** Lösningproportioner<sup>1</sup> för respektive uppgift, höstterminen 2017. Lösningproportioner för samtliga elever som ingår i PRIM-gruppens urval (matematik 1c n=1510)

Uppgift delprov A & B	M	1	2	3	4	5	6	7	8	9a	9b	10	11a	11b	12	13a	13b	14	15
Lösningproportion	0,73	0,88	0,63	0,78	0,50	0,72	0,77	0,81	0,69	0,58	0,73	0,46	0,88	0,71	0,29	0,33	0,36	0,12	0,33

Uppgift delprov C & D	16	17	18	19a	19b	20a	20b	21a	21b	22	23	24a	24b	25a	25b	26	27	28
Lösningproportion	0,56	0,88	0,69	0,61	0,41	0,67	0,46	0,74	0,39	0,76	0,45	0,92	0,41	0,44	0,35	0,31	0,43	0,25

I lärarenkäten har lärare även fått svara på frågan om hur genomförandet av provet har fungerat för nyanlända elever. Av de 112 lärare som svarade att de haft nyanlända elever som genomfört provet svarade 60 % att det gått bra. 35 % svarade att det varit svårt för eleverna och då oftast på grund av att vissa uppgifter innehöll svåra ord. 5 % svarade att det gått mindre bra för dessa elever, men att det var oklart om det hade med språket eller matematikkunskaper att göra.

<sup>1</sup> Lösningproportionen är genomsnittspoängen dividerad med uppgiftens maximala antal poäng. Lösningproportionen anges således med ett värde mellan 0 och 1.

## Analys av skriftliga elevarbeten

*En uppgift som handlar om reella tal*

*Matematik 1c (uppgift 2)*

*Uppgiftstyp: Kortsvar utan digitala verktyg*

En uppgift som fanns med på delprov B handlade om reella tal. Eleven skulle ange det tal som låg exakt mitt emellan två stambråk. Endast svar krävdes. Uppgiften kunde ge en E-poäng. Lösningensproportionen på uppgiften var i PRIM-gruppens urvalsinsamling 0,63. I ett slumpmässigt urval av 100 elevarbeten var lösningensproportionen 0,59. Vid en analys av dessa elevarbeten visade det sig att ett felsvar var vanligast förekommande. Detta felsvar fick man när man angav det stambråk vars nämnare låg mitt emellan de två givna stambråkens nämnare. Tre elever hade skrivit om bråken med samma nämnare, men sedan inte angivit det tal som låg mitt mellan talen. Fem elever hade skrivit om talen i decimalform men inte angett det korrekta svaret.

**Tabell 3.** *Fördelningen av elevsvar vid analys av ett slumpmässigt urval av 100 elevarbeten för uppgift 2*

Svar:	Andel av elevsvaren i %
Korrekt svar	59
Felsvar, nämnaren mitt emellan	30
Felsvar, decimaltalslösning	5
Övriga felsvar	4
Ej svar	2

*En uppgift som handlar funktioner*

*Matematik 1c (uppgift 5)*

*Uppgiftstyp: Kortsvar utan digitala verktyg*

En uppgift som fanns med på delprov B handlade om funktioner. I uppgiften fanns ett givet funktionsuttryck skrivet som  $f(x)=\dots$  och ett  $x$ -värde i decimalform, med en entalsiffra och en tiondelssiffra, skrivet som  $f(3,2)$  som skulle sättas in i funktionsuttrycket för att beräkna funktionsvärdet. Endast svar krävdes. Uppgiften kunde ge en E-poäng. Lösningensproportionen på uppgiften var i PRIM-gruppens urvalsinsamling 0,72. I ett slumpmässigt urval av 100 elevlösningar var lösningensproportionen 0,69. Vid en analys av dessa elevlösningar visade det sig att några felsvar var vanligast förekommande. Ett av dessa felsvar nåddes genom att eleven endast satt in entalsiffran och inte hela decimaltalet i funktionen. Eleven kan möjligen ha tolkat decimaltalet som ett  $x$ - och ett  $y$ -värde och således bara satt in  $x$ -värdet i funktionsuttrycket. På samma sätt har en del elever endast satt in tiondelssiffran i funktionsuttrycket. Ett annat vanligt felsvar kan härledas till att eleverna hade problem med beräkningarna i uppgiften, både multiplikation och subtraktion.

**Tabell 4.** Fördelningen av elevsvar vid analys av ett slumpmässigt urval av 100 elevarbeten för uppgift 5

Svar:	Andel av elevsvaren i %
Korrekt svar	69
Ersatt $x$ med endast entalssiffran	4
Ersatt $x$ med endast tiondelssiffran	4
Beräkningsfel	6
Övriga felsvar	13
Ej svar	4

*En uppgift som handlar om sannolikhet*

*Matematik 1c (uppgift 19a och b)*

*Uppgiftstyp: Redovisning och digitala verktyg*

En uppgift som handlade om sannolikhet fanns med på delprov D, som är det delprov som ska genomföras med tillgång till digitala verktyg och där redovisning krävs. Deluppgift a handlade om att beräkna en upprepad sannolikhet, där sannolikheten för båda utfallen var lika. Uppgiften kunde ge en E-poäng. Lösningensproportionen på uppgiften var i PRIM-gruppens urvalsinsamling 0,61. Vid ett slumpmässigt urval av 100 elevlösningar var lösningensproportionen 0,59. Vid analys av dessa elevlösningar visade det sig att det vanligaste felsvaret var att eleverna adderade istället för att multiplicera vid beräkning av upprepad sannolikhet. Några elever hade också angivit den ena händelsens sannolikhet som korrekt svar och inte utfört någon beräkning.

**Tabell 5.** Fördelningen av elevsvar vid analys av ett slumpmässigt urval av 100 elevarbeten för uppgift 19a

Svar:	Andel av elevsvaren i %
Lösning med korrekt svar	59
Endast svar (korrekt)	3
Felsvar svar med addition av sannolikheter	11
Felsvar svar utan redovisad lösning	23
Övrigt	4

I b-uppgiften skulle eleverna beräkna en upprepad sannolikhet som hade mer än ett gynnsamt utfall i utfallsrummet. Uppgiften kunde ge en E-poäng och en C-poäng. Den första E-poängen delades ut för en påbörjad lösning i form av att eleven visat minst två gynnsamma utfall eller utfallsrummet. Den andra poängen delades ut vid lösning med korrekt svar. Lösningensproportionen på uppgiften var i PRIM-gruppens urvalsinsamling 0,41. I ett slumpmässigt urval av 100 elevarbeten var lösningensproportionen 0,43. Vid en analys av dessa elevlösningar visade det sig att av de elever som löst uppgiften fullständigt hade de flesta ritat upp utfallsrummet eller ett träd-diagram. Detta skiljer sig från lösningen av a-uppgiften där eleverna löste uppgiften genom att direkt genomföra beräkningen. De flesta elever som erhållit en poäng på uppgiften har visat utfallsrummet eller genomfört en beräkning för ett utfall. Det vanligaste felsvaret i denna deluppgift var att eleverna endast angav ett felaktigt svar och inte redovisade någon lösning på uppgiften.

**Tabell 6.** Fördelningen av elevsvar vid analys av ett slumpmässigt urval av 100 elevarbeten för uppgift 19b

Svar:	Andel av elevsvaren i %
1/1/0 Lösning med korrekt svar	32
1/0/0 Påbörjad lösning med utfallsrum	10
1/0/0 Påbörjad lösning, ett utfall	10
1/0/0 Redovisar gynnsamma utfall	2
Endast svar (felsvar)	36
Övriga svar	7
Ej svar	3

En uppgift som handlar om exponentiell tillväxt

Matematik 1c (uppgift 27)

Uppgiftstyp: Redovisning och digitala verktyg

En uppgift som handlade om exponentiell tillväxt fanns med på delprov D, som är det delprov som ska genomföras med tillgång till digitala verktyg och där redovisning krävs. Uppgiften handlade om att utifrån fyra givna värden, som sinsemellan har samma förhållande, hitta en exponentiell ökning och med hjälp av den beräkna ett specifikt värde i serien. I uppgiften angavs att värdenas förhållande är lika. Lösningen kunde ge 2 C-poäng och 2 A-poäng. Den första C-poängen delades ut om eleven angett en korrekt kvot mellan två värden. Den andra C-poängen delades ut om eleven beräknat minst två nya värden i serien. Den första A-poängen delades ut om eleven hittat det eftersökta specifika värdet och den sista A-poängen delades ut om eleven dessutom gjort detta med en effektiv lösningsmetod. Lösningensproportionen på uppgiften var i PRIM-gruppens urvalsinsamling 0,43. I ett slumpmässigt urval av 100 elevarbeten var lösningensproportionen 0,44. Vid en analys av dessa elevarbeten visade det sig att ett felsvar var vanligast förekommande. Det felsvaret var att eleven, även om det var olika stora differenser mellan värdena, utgått från att det var en linjär ökning, och utifrån det försökt hitta något samband. Några elever hade använt en effektiv lösningsmetod, men använt felaktig exponent och därför inte hittat det eftersökta värdet. De fick då den andra A-poängen men inte den första (så kallat överhoppspoäng).

**Tabell 7.** Fördelningen av elevsvar vid analys av ett slumpmässigt urval av 100 elevarbeten för uppgift 27

Svar:	Andel av elevsvaren i %
0/2/2 Effektiv lösning med korrekt svar	30
0/2/1 Korrekt svar	5
0/2/1 Effektiv metod (överhopp)	8
0/2/0 Beräknat minst två värden	3
0/1/0 Korrekt kvot	6
Linjär ökning	23
Övriga felsvar	14
Ej svar	11

## Analys av det muntliga delprovet, delprov A

Det muntliga delprovet kunde genomföras under en provperiod i grupper om tre till fyra elever och den rekommenderade tiden var ca 25–30 minuter per grupp. Delprovet handlade om olika representationer av funktioner. Några av frågorna i delprovet skulle besvaras enskilt och andra frågor var diskussionsfrågor till hela gruppen.

Resultatet på det muntliga delprovet skiljer sig inte mellan pojkar och flickor. Av de elever som precis nått provbetyget E på provet höstterminen 2017 hade eleverna i genomsnitt erhållit 33 procent av sina poäng på det muntliga delprovet. På det muntliga delprovet fanns i detta prov möjlighet att erhålla 12 poäng det totala antalet poäng på provet som helhet var 84.

**Tabell 8.** Lösningproportion för det muntliga delprovet höstterminen 2017 för matematik 1c. För samtliga elever och för de elever som precis nått provbetyget E.

Kurs	Samtliga	Elever som precis nått provbetyget E
1c	0,73 (n=1497)	0,50 (n=93)

Tabellen nedan visar elevernas resultat på det muntliga delprovet, delprov A, för ”gränselever”. Gränselever definieras som de elever som precis nått poänggränsen för ett visst provbetyg.

**Tabell 9.** Genomsnittlig lösningspoäng på delprov A för elever som precis nått provbetyget E–A.

	Matematik 1c
Gränselev E	6
Gränselev D	7,4
Gränselev C	8,4
Gränselev B	10
Gränselev A	11



I lärarenkäten får lärarna bland annat förhålla sig till påståendet: ”Delprov A, muntligt delprov är bra”, och då svarar 60 procent av lärarna att de instämmer helt eller delvis. I svaren på de öppna frågorna i lärarenkäten fanns en del kommentarer om det muntliga delprovet. Nedan följer exempel på kommentarer från lärarenkäterna:

*”Del A: Muntliga delens innehåll var bra denna gång, problemet är att det är stor skillnad i svårighet på de enskilda frågorna (speciellt i grupper med 4 personer)”*

*Del A: Muntliga diskussioner är givande, men svårbedömda eftersom elever kommer på bättre tankar under diskussionens gång.*

*”Muntligt delprov A tillför inget, är tidsödande, och ger tillräckligt med gratispoäng för att ingen ska bli underkänd på provet som helhet. Dessutom, ju längre man håller på med varje muntlig provgrupp, desto fler poäng får eleverna ihop.”*

*”Jag var mycket nöjd med del A där eleverna fick visa sin matematiska förmåga.”*

*”Ta bort den muntliga delen, då det är en för stor arbetsbörda.”*