

## Resultat från nationella provet i matematik kurs 1c höstterminen 2018

Mattias Winnberg, Katarina Kristiansson & Niklas Thörn  
PRIM-gruppen

### Inledning

De nationella proven i matematik 1a, 1b och 1c konstrueras och utvecklas, på uppdrag av Skolverket, av PRIM-gruppen, vid Stockholms universitet. I denna rapport presenteras en sammanställning av resultaten för det nationella provet för matematik 1c som gavs höstterminen 2018. Det huvudsakliga syftet med rapporten är att redovisa resultaten från genomförandet av detta prov och ge underlag för diskussioner.

Resultatredovisningen från höstterminens nationella prov i matematik 1c kommer från PRIM-gruppens insamling och består av lärarenkäter och inrapporterade resultat på uppgiftsnivå från ett slumpmässigt urval elever. PRIM-gruppens urvalsinsamling för matematik 1c omfattar elever från naturvetenskapsprogrammet (ca 60 % av eleverna) och teknikprogrammet (ca 40 av eleverna).

Resultaten från lärarenkäterna och elevresultaten på uppgiftsnivå är viktiga källor för utvecklingen av de nationella proven. För matematik 1c består insamlingen av resultat från cirka 200 lärare och cirka 1 000 elever (cirka 400 flickor respektive cirka 600 pojkar).

Det nationella provet från höstterminen 2018 omfattas av sekretess vilket innebär att ingen av dessa uppgifter kan publiceras. En del av de nationella prov som inte längre omfattas av sekretess finns tillgängliga på PRIM-gruppens webbplats ([www.su.se/primgruppen](http://www.su.se/primgruppen)). I början av 2018 publicerade PRIM-gruppen exempelprov med tillhörande bedömningsanvisningar och bedömda elevarbeten för matematik 1a, 1b och 1c. Dessa exempelprov finns också tillgängliga på PRIM-gruppens webbplats. Materialet ger elever möjlighet att arbeta med uppgifter från ett nationellt prov samt att se hur bedömningen kan se ut och ta del av olika typer av elevlösningar till uppgifterna. Man kan med fördel, gemensamt i klassen, diskutera bedömning och bedömda elevarbeten.

## Provets sammansättning

Det nationella provet omfattade fyra delprov som tillsammans gav eleverna möjlighet att visa sina kunskaper i matematik på olika sätt. De olika delproven skiljde sig åt vad gäller kunskapsinnehåll, arbetssätt, redovisning och bedömning. Ett delprov, delprov A, var muntligt och avsåg främst att pröva kunskaper om algebra och olika representationer i koordinatsystem samt muntlig kommunikations- och resonemangsförmåga. De övriga delproven, delprov B–D, var skriftliga. Ett av dessa delprov (delprov B) bestod av uppgifter där digitala verktyg inte var tillåtna. I detta delprov krävde flertalet uppgifter endast svar, endast till vissa av uppgifterna krävdes även redovisning. Ett annat delprov (delprov C) bestod av en mer omfattande, utredande problemlösningsuppgift som handlade om sannolikhet. Ett tredje skriftligt delprov (delprov D) bestod av redovisningsuppgifter.

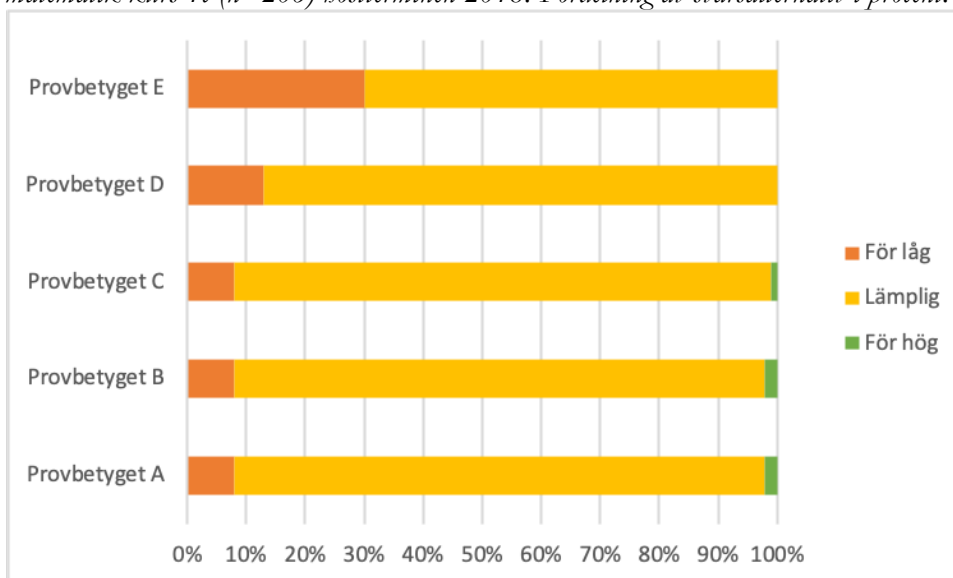
Ämnesplanens beskrivning av kursernas innehåll och kunskapskrav ger ramen för de nationella provens innehåll. Proven består av uppgifter som avser att pröva elevernas kunskaper i relation till kunskapskraven och de i ämnesplanen beskrivna förmågorna på olika kvalitativa nivåer. Vid provens konstruktion används poäng som utgår från de i ämnesplanen beskrivna förmågorna och de olika kvalitativa nivåerna E, C och A. Poängen används för att få en fördelning enligt fastställda riktlinjer, både med avseende på förmågor och på kvalitativa nivåer. Detta för att få en lämplig fördelning av förmågor och kvalitativa nivåer men även för att få en stabilitet över tid genom att de fastställda riktlinjerna är desamma från prov till prov.

## Resultat från prov och enkäter

Vad gäller probetyg visade PRIM-gruppens urvalsinsamling att andelen som minst nått probetyget E var cirka 96 procent för matematik 1c, 12 procent E, 14 procent D, 26 procent C, 25 procent B och 19 procent A. Den genomsnittliga betygspoängen var 15,0.

I lärarenkäten som hör till provet har lärare fått svara på frågan om vad de anser om kravgränserna för de olika probetygen. För samtliga kravgränser är alternativet ”Lämplig” mest förekommande.

**Figur 1.** Svar på frågan ”Vad anser du om kravgränserna för respektive probetyg?” för nationella provet i matematik kurs 1c (n=206) höstterminen 2018. Fördelning av svarsalternativ i procent.



Gränser för provbetygen består av en totalpoäng för att visa bredd, men för provbetygen D-A finns även krav på att vissa av poängen ligger på en viss nivå för att visa djup.

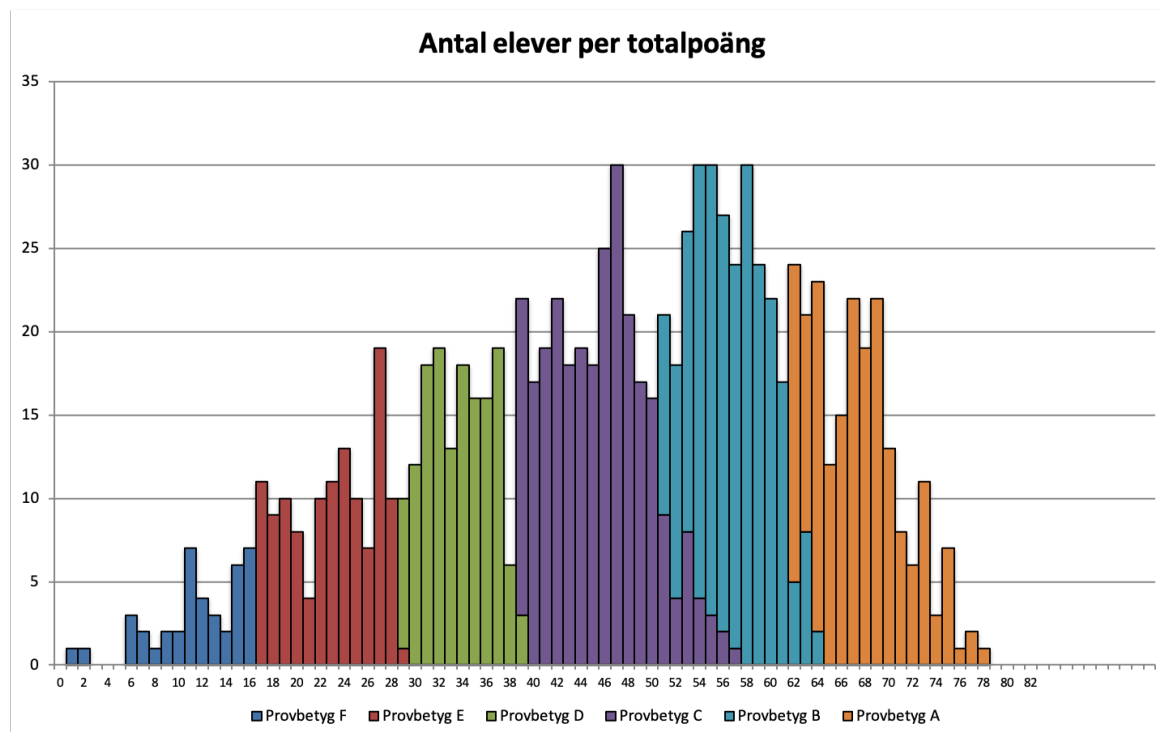
**Tabell 1.** *Kravgränser för de olika provbetygen, matematik 1c höstterminen 2018.*

Matematik 1c	Provbetyg E	Provbetyg D	Provbetyg C	Provbetyg B	Provbetyg A
<b>Totalpoäng</b>	Minst 17 poäng	Minst 29 poäng	Minst 39 poäng	Minst 51 poäng	Minst 62 poäng
<b>Nivåkrav</b>		Minst 11 poäng på lägst nivå C	Minst 19 poäng på lägst nivå C	Minst 8 poäng på nivå A	Minst 13 poäng på nivå A

När resultatet för respektive elev rapporteras in anger läraren vilket preliminärt kursbetyg denne hade tänkt sätta på elevens prestationer innan det nationella provet genomfördes. I urvalsinsamlingen angav lärarna att de i snitt skulle sätta kursbetyg med betygspoängen 13,9 vilket var något lägre än den genomsnittliga betygspoäng (15,0) som eleverna presterade på provet. Lärarna planerade således att, innan provtillfället, i genomsnitt sätta i stort sett samma betyg på elevernas prestationer som de sedan presterade i provbetyg.

Nedan presenteras fördelning av total poängsumma på nationella provet i matematik kurs 1c.

**Figur 2.** Procentuell fördelning av total poängsumma för de elever som erhöll ett provbetyg på nationella provet i matematik kurs 1c (n=1033) höstterminen 2018. Staplarna är färgade efter vilket provbetyg eleven erhöll på nationella provet.



**Tabell 2.** Lösningproportioner<sup>1</sup> för respektive uppgift, höstterminen 2018. Lösningproportioner för samtliga elever som ingår i PRIM-gruppens urval (matematik 1c n=1033)

Uppgift delprov A & B	M	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Lösningproportion	0,76	0,91	0,67	0,60	0,43	0,60	0,62	0,70	0,81	0,67	0,86	0,29	0,42	0,30	0,59	0,47	0,33

Uppgift delprov C & D	17	18a	18b	19	20a	20b	21a	21b	22a	22b	23	24a	24b	24c	25a	25b	26	27a	27b	28
Lösningproportion	0,57	0,78	0,64	0,61	0,76	0,39	0,70	0,61	0,83	0,51	0,70	0,94	0,94	0,38	0,37	0,35	0,29	0,56	0,49	0,32

I lärarenkäten har lärare även fått svara på frågan om hur genomförandet av provet har fungerat för nyanlända elever. Av de lärare som svarade att de haft nyanlända elever som genomfört provet svarade 51 % att det gått bra. 48 % svarade att det varit svårt för eleverna på grund av språkliga svårigheter.

<sup>1</sup> Lösningproportionen är genomsnittspoängen dividerad med uppgiftens maximala antal poäng. Lösningproportionen anges således med ett värde mellan 0 och 1.

## Analys av skriftliga elevarbeten

*En uppgift om funktionsbegreppet*

*Matematik 1c (uppgift 2)*

*Uppgiftstyp: Kortsvar utan digitala verktyg*

En uppgift som fanns med på delprov B handlade om funktioner. På detta delprov har elever inte tillgång till digitala verktyg. I uppgiften visades en funktions graf och funktionens värde skulle sedan bestämmas i en punkt. Endast svar krävdes. Uppgiften kunde ge en E-poäng. Lösningproportionen på uppgiften var 0,67. I ett slumpmässigt urval av 100 elevlösningar var lösningproportionen 0,69. Vid en analys av dessa elevlösningar visade det sig att några felsvar var vanligast förekommande. Dessa felsvar innebär troligen att eleven blandat ihop funktionens  $x$ - och  $y$ -värde.

**Tabell 3.** *Fördelningen av elevsvar vid analys av ett slumpmässigt urval av 100 elevarbeten för uppgift 2*

Svar:	Andel av elevsvaren i %
Korrekt svar	69
Felsvar, blandat $x$ - och $y$ -värde	10
Övriga felsvar	15
Ej svar	6

*En uppgift om exponentiella förlopp*

*Matematik 1c (uppgift 3)*

*Uppgiftstyp: Kortsvar utan digitala verktyg*

I en annan uppgift på delprov B skulle eleven utifrån en given situation tolka och beräkna ett exponentiellt förlopp. Endast svar krävdes och uppgiften kunde ge en E-poäng. Lösningproportionen på uppgiften var 0,60. I ett slumpmässigt urval av 100 elevarbeten var lösningproportionen 0,67. Vanligaste felsvaret i urvalet var att svaret motsvarade hälften av det korrekta svaret, eleverna kan ha beräknat ökningen istället för antalet. Endast två elevarbeten gav ett svar som motsvarade ett linjärt förlopp. Samtliga elever hade lämnat ett svar på uppgiften.

**Tabell 4.** *Fördelning av elevsvar vid analys av ett slumpmässigt urval av 100 elevarbeten för uppgift 3*

Svar:	Andel av elevsvaren i %
Korrekt svar	67
Felsvar 1 (hälften av korrekt svar)	26
Felsvar 2 (en fjärdedel av korrekt svar)	4
Felsvar 3 (svar utifrån linjärt samband)	2
Övriga felsvar	1
Ej svar	0

*En uppgift om avläsning ur graf samt procentuell förändring*

*Matematik 1c (uppgift 20a och b)*

*Uppgiftstyp: Redovisning och digitala verktyg*

Denna uppgift fanns med i delprov D, vilket är det delprov där eleverna har tillgång till digitala verktyg och där redovisningar krävs. Deluppgift a kunde ge två E-poäng, en poäng för godtagbar avläsning och en poäng för korrekt svar. Deluppgiften handlade om att läsa av ett diagram samt genomföra en enhetsomvandling. Lösningproportionen på deluppgiften var i PRIM-gruppens urvalsinsamling 0,76. Vid ett slumpmässigt urval av 100 elevlösningar var lösningproportionen 0,82. Vid analys av dessa elevlösningar fanns ett vanligt förekommande felsvar. Detta kan bero på svårigheter att läsa av grafens skala eller en alltför grov uppskattning.

**Tabell 5.** *Fördelningen av elevsvar vid analys av ett slumpmässigt urval av 100 elevarbeten för uppgift 20a*

Svar:	Andel av elevsvaren i %
Godtagbar avläsning med korrekt svar	81
Godtagbar avläsning	2
Felsvar, alltför grov uppskattning	9
Övrigt	8

I b-uppgiften vilken kunde ge två C-poäng skulle eleverna beräkna hur många procent högre ett startvärde var jämfört med ett slutvärde. Den första C-poängen delades ut för en godtagbart tecknad kvot. Den andra poängen delades ut vid lösning med korrekt svar. Lösningproportionen på deluppgiften var i PRIM-gruppens urvalsinsamling 0,39. I ett slumpmässigt urval av 100 elevarbeten var lösningproportionen 0,45. Vid en analys av dessa elevlösningar visade det sig att de flesta elever som fått den första C-poängen inte beräknar den efterfrågade procentuella ökningen. Vissa av eleverna som fått den första C-poängen tecknar sedan felaktigt den inverterade kvoten. Det vanligaste förekommande felsvaret innebär en felaktig avläsning av diagrammet, troligen då skalan ställer till med problem. Ett annat felsvar handlar om att eleverna gör felaktiga avläsningar och sedan arbetar med en inverterad kvot. Några elever beräknar korrekt den procentuella förändringen för att sedan felaktigt dra bort 100 %.

**Tabell 6.** *Fördelningen av elevsvar vid analys av ett slumpmässigt urval av 100 elevarbeten för uppgift 20b*

Svar:	Andel av elevsvaren i %
Lösning med korrekt svar	34
Påbörjad lösning, beräknar förändringsfaktor	12
Påbörjad lösning, övriga	9
Felaktig avläsning (felsvar)	17
Inverterad kvot (felsvar)	10
Övriga svar	16
Ej svar	2

*En problemlösningsuppgift inom området geometri*

*Matematik 1c (uppgift 21a och 21b)*

*Uppgiftstyp: Redovisning och digitala verktyg.*

För att lösa denna uppgift i delprov D skulle eleven i båda deluppgifterna beräkna en sträcka genom att använda trigonometriska samband utifrån en autentisk bild med givna mått. I den första deluppgiften erhöles en E-poäng om lösningen innehöll ett korrekt tecknat trigonometriskt samband. Lösning med godtagbart svar gav totalt två E-poäng. I den andra deluppgiften erhöles en C-poäng om lösningen innehöll en ekvation för att beräkna sträckan. Lösning med godtagbart svar gav totalt två C-poäng. Lösningensproportionen på uppgift 21a var i PRIM-gruppens urvalsinsamling 0,70. I ett slumpmässigt urval av 100 elevarbeten var lösningensproportionen 0,74. Motsvarande proportioner på uppgift 21b var i PRIM-gruppens urvalsinsamling 0,61 och i det slumpmässiga urvalet var lösningensproportionen 0,67. Få elever i urvalet erhöles endast den första poängen i någon av deluppgifterna. De eleverna hade alltså tecknat rätt trigonometriska samband men gjorde sedan räknetekniska fel som inte ledde till ett godtagbart svar. Av de som hade fel lösningsmetod fanns lösningar som innehöll fel trigonometriska funktioner, felaktig lösning med procent, felaktig lösning med skala samt svar utan lösning.

**Tabell 7.** *Fördelning av elevsvar vid analys av ett slumpmässigt urval av 100 elevarbeten för uppgift 21a och 21b*

<b>Svar:</b>	<b>Andel av elevsvaren i % (21a)</b>	<b>Andel av elevsvaren i % (21b)</b>
Lösning med korrekt svar	72	64
Påbörjad lösning	4	5
Fel lösningsmetod	18	14
Ej svar	6	17

*En uppgift där en funktion beskriver ett förlopp*

*Matematik 1c (uppgift 25)*

*Uppgiftstyp: Redovisning och digitala verktyg*

En annan uppgift på delprov D handlade om ett linjärt samband vilket skulle beskrivas med hjälp av en funktion. I deluppgift a skulle eleven skriva en funktion som beskriver ett förlopp. Deluppgift a kunde ge ett C-poäng för bestämning av funktionens riktningskoefficient samt en A-poäng för en godtagbart tecknad funktion. Lösningensproportionen på deluppgiften var i PRIM-gruppens urvalsinsamling 0,37. I ett slumpmässigt urval av 100 elevarbeten var lösningensproportionen 0,45. Vid en analys av dessa elevarbeten framkom två grupper av felsvar. Det ena innebar att eleverna arbetade med någon form av inverterad riktningskoefficient för funktionen vilket sannolikt då skapar stora problem att teckna den efterfrågade funktionen. Ett annat felsvar innebar att eleven på något sätt tecknade en exponentialfunktion för att beskriva den givna situationen.

**Tabell 8.** *Fördelningen av elevsvar vid analys av ett slumpmässigt urval av 100 elevarbeten för uppgift 25a*

Svar:	Andel av elevsvaren i %
Godtagbart tecknad funktion	38
Bestämmer k-värdet	13
Bestämmer inverterade k-värdet (felsvar)	7
Exponentiell modell (felsvar)	6
Övriga felsvar	25
Ej svar	11

I b-uppgiften skulle funktionens värdemängd anges. Deluppgiften kunde ge en C-poäng och en A-poäng. C-poängen delades ut för en bestämning av en av värdemängdens gränser beskrivna med ord eller matematiska symboler. För A-poängen krävdes en godtagbar tecknad värdemängd med matematiska symboler. Lösningproportionen på deluppgiften var i PRIM-gruppens urvalsinsamling 0,35. I ett slumpmässigt urval av 100 elevarbeten var lösningproportionen 0,35. Det vanligaste felsvaret som framkom vid analys av elevarbeten var att elever angav funktionens definitionsmängd istället för värdemängden.

**Tabell 9.** *Fördelningen av elevsvar vid analys av ett slumpmässigt urval av 100 elevarbeten för uppgift 25b*

Svar:	Andel av elevsvaren i %
Godtagbar värdemängd med matematiska symboler	33
En av värdemängdens gränser, med ord eller symboler	4
Anger definitionsmängden (felsvar)	6
Övriga felsvar	25
Ej svar	32



## Analys av det muntliga delprovet, delprov A

Det muntliga delprovet kunde genomföras under en provperiod i grupper om tre till fyra elever och den rekommenderade tiden var ca 25–30 minuter per grupp. Delprovet handlade om olika grafiska representationer av algebraiska uttryck. Några av frågorna i delprovet skulle besvaras enskilt och andra frågor var diskussionsfrågor till hela gruppen.

Resultatet på det muntliga delprovet skiljer sig inte mellan pojkar och flickor. Av de elever som precis nått provbetyget E på provet höstterminen 2018 hade eleverna i genomsnitt erhållit 24 procent av sina poäng på det muntliga delprovet. På det muntliga delprovet fanns i detta prov möjlighet att erhålla 10 poäng det totala antalet poäng på provet som helhet var 79.

**Tabell 10.** Lösningproportion för det muntliga delprovet höstterminen 2018 för matematik 1c. För samtliga elever och för de elever som precis nått provbetyget E.

Kurs	Samtliga	Elever som precis nått provbetyget E
1c	0,76 (n=1033)	0,50 (n=77)

Tabellen nedan visar elevernas resultat på det muntliga delprovet, delprov A, för ”gränselever”. Gränselever definieras som de elever som precis nått poänggränsen för ett visst provbetyg.

**Tabell 11.** Genomsnittlig lösningspoäng på delprov A för elever som precis nått provbetyget E–A.

	Matematik 1c
Gränselev E	5,0
Gränselev D	6,3
Gränselev C	7,1
Gränselev B	8,4
Gränselev A	9,2

I lärarenkäten får lärarna bland annat förhålla sig till påståendet: ”Delprov A, muntligt delprov är bra”, och då svarar 50 procent av lärarna att de instämmer helt eller till stor del. I svaren på de öppna frågorna i lärarenkäten fanns en del kommentarer om det muntliga delprovet. Nedan följer exempel på kommentarer från lärarenkäterna:

*”Jag tycker att den muntliga uppgiften var ovanligt bra, även om jag ogillar den muntliga delen överlag (eftersom bedömningen är så olika mellan lärare).”*

*”Delprov A är min personliga favorit av muntliga delar, då den verkligen handlar om matematik och inget annat.”*

*”Ibland kan det bli ”lite först till kvarn” när det gäller att svara på frågor i diskussionsdelen i del A, så blyga elever hinner inte riktigt visa vad de kan i det muntliga provet.”*

*”Provet blir orättvist eftersom det finns för få frågor att ställa och att dess frågor sprids mellan eleverna.”*

*”Det är skönt att det muntliga delprovet försvinner eftersom detta alltid känts som det mest rättsosäkra, så även denna gång. Som lärare har jag alltid upplevt att det är mkt lättare för mina elever att få poäng på just den muntliga delen jämfört med de skriftliga. Jag vet inte om det är för att jag är för snäll i min bedömning men jag upplever inte det vid diskussion med andra lärare och lusläsning av bedömningsanvisningarna.”*

Från och med vårterminen 2019 ingår inte längre det muntliga delprovet som en del av de nationella proven i matematik 1 för gymnasieskolan. Istället kommer ett frivilligt bedömningsstöd att kunna användas. Bedömningsstödet finns publicerat i Skolverkets bedömningsportal. Bedömning av elevers muntliga prestationer är en aspekt i läroplanen, Lgy11. Bland annat står det i övergripande mål och riktlinjer att läraren vid betygssättningen ska ”allsidigt utvärdera varje elevs kunskaper” och i både ämnets syfte och i kunskapskraven lyfts muntlig kommunikation fram bland annat genom att eleven ska kommunicera sina tankegångar muntligt, skriftligt och i handling. Det muntliga bedömningsstödet kan därför användas som stöd till bedömningen gällande elevers muntliga prestationer.