

Innehåll

Inledning.....	3
Bedömningsanvisningar	3
Allmänna bedömningsanvisningar	3
Bedömningsanvisningar Del I.....	4
Bedömningsanvisningar Del II.....	20
Kravgränser.....	30
Insamling av provresultat för matematik kurs A.....	31
Provsammanställning.....	32
Sammanställning över hur kursprovet berörs av mål och kriterier enligt kursplan Gy2000	32

Bilagor

1. Mål som eleverna ska ha uppnått efter avslutad kurs A i matematik enligt kursplan Gy2000	34
2. Betygskriterier för ämnet matematik enligt kursplan Gy2000.....	35

Inledning

Skolverket har uppdragit åt PRIM-gruppen vid Stockholms universitet att ansvara för konstruktion och resultatanalys av nationella kursprov i matematik kurs A för den gymnasiala utbildningen.

Höstens A-kursprov består av två delprov Del I och Del II. Del I har en provtid på 90 minuter och Del II har en provtid på 120 minuter.

Kravgränser för Godkänt, Väl godkänt och Mycket väl godkänt ges för *kursprovet som helhet*.

Bedömningsanvisningar

Bedömningen ska göras med olika kvalitativa poäng, g- och vg-poäng. Vi har bedömt uppgiftens innehåll och elevlösningarnas kvalitet utifrån kursplanen och betygs-kriterierna. De olika uppgifterna har kategoriserats och olika lösningar till dessa har analyserats. Sedan har svaret, lösningen eller dellösningen poängsatts med g-poäng och/eller vg-poäng.

För kortsvarsuppgifterna gäller att korrekt svar bedöms med antingen 1 g-poäng eller 1 vg-poäng.

Till de uppgifter som eleverna ska lämna fullständiga lösningar ska arbetena bedömas med g- och vg-poäng. T.ex. innebär beteckningen (2/1) att elevens lösning högst kan ge 2 g-poäng och 1 vg-poäng. Uppgift 15 (Del I) ska aspektbedömas med stöd av en matris.

Några uppgifter i provet är markerade med α . På dessa uppgifter kan eleven visa MVG-kvaliteter. Det kan t.ex. innebära att eleven använder generella metoder, modeller och resonemang, att eleven analyserar sina resultat och redovisar en klar tankegång med ett korrekt matematiskt språk.

Allmänna bedömningsanvisningar

Positiv bedömning

Elevernas lösningar ska bedömas med högst det antal poäng som anges i bedömningsanvisningarna. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningens förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister. Det går då att ge delpoäng för en lösning som visar att en elev kommit en bit på väg.

Uppgifter där endast svar krävs

Uppgifter av kortsvarstyp där endast svar krävs ger 1 poäng. Exempel på godtagbara svar ges i bedömningsanvisningarna. Endast svaret beaktas.

Uppgifter där fullständig redovisning fordras

Enbart svar utan motiveringar ger inga poäng. För full poäng krävs korrekt redovisning med godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången lätt kan följas. Korrekt metod eller förklaring till hur uppgiften kan lösas ska ge delpoäng även om det därefter följer en felaktighet, t.ex. räknefel. Om eleven också slutför uppgiften korrekt ger det fler poäng.

Till de enskilda uppgifterna finns korrekta svar och bedömningsanvisningar för delpoäng.

Bedömningsanvisningar Del I

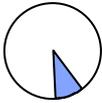
Till kortsvarsuppgifterna finns godtagbara svar och poäng som detta svar är värt. I uppgift 8b och 9 ska elevens redovisning också bedömas. På de α -märkta uppgifterna, uppgift 8b och 15 i detta delprov, kan eleven visa följande MVG-kvaliteter:

Eleven

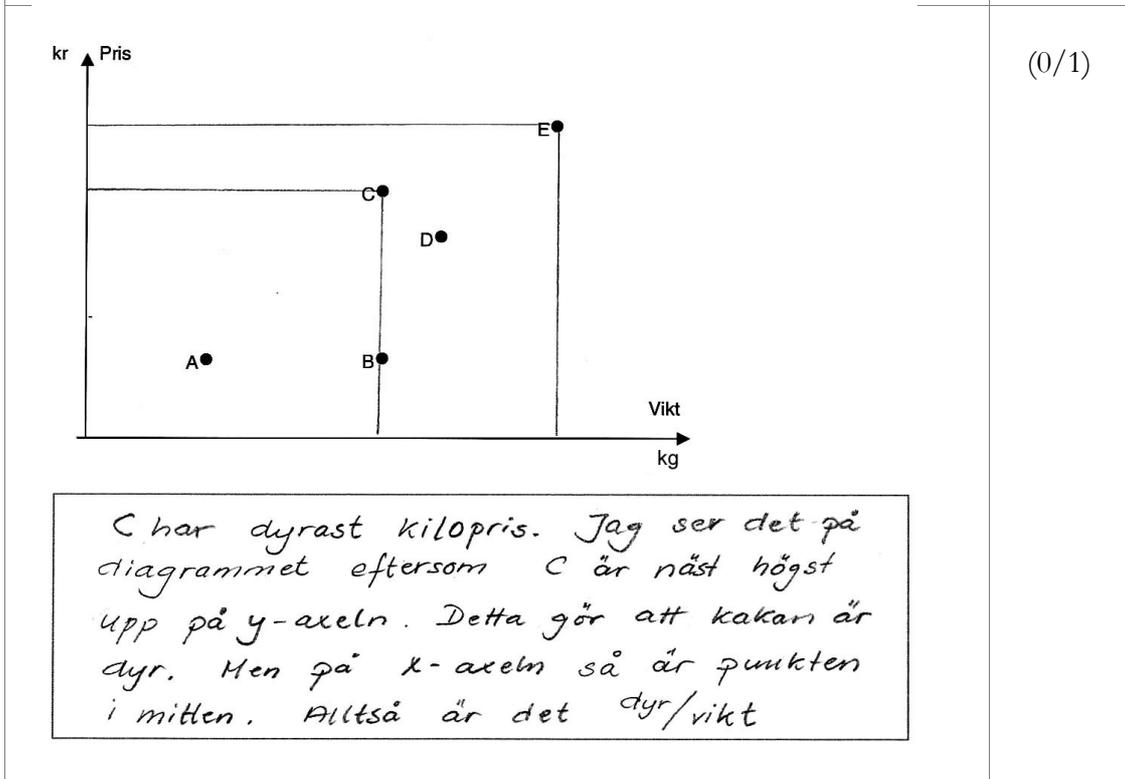
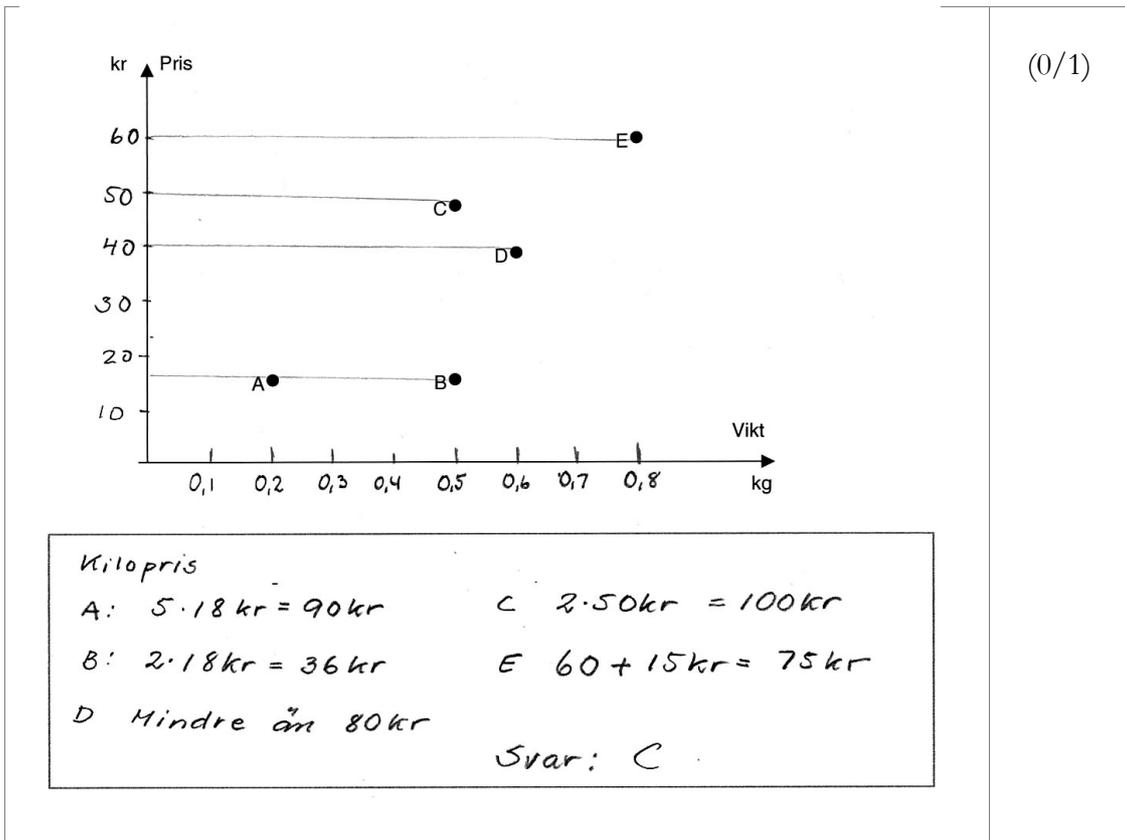
- formulerar och utvecklar problemet och/eller använder generella metoder/modeller vid problemlösning (uppgift 8b och 15)
- analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet (uppgift 15)
- genomför matematiska bevis och/eller analyserar matematiska resonemang (uppgift 15)
- redovisar välstrukturerat med lämpligt och korrekt matematiskt språk (uppgift 15).

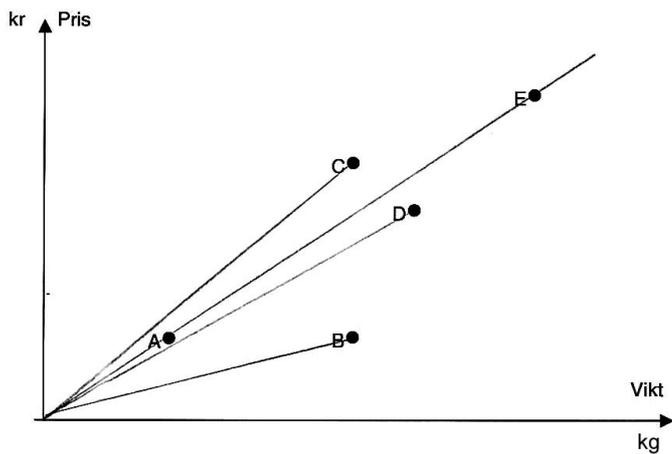
Aspektbedömning med stöd av matris

Uppgift 15 ska aspektbedömas med stöd av en matris. Bedömningen underlättas om läraren är väl insatt i bedömningsanvisningarna. En modell som används på många skolor är att de lärare som har elever som deltagit i A-kursprovet träffas och diskuterar de bedömningar som gjorts på de autentiska elevarbetena.

Uppgift	Godtagbara svar	Poäng
1.	3 cm ²	+ 1 g
2.	2,05	+ 1 g
3.	15 min	+ 1 g
4.		+ 1 g
5.	300	+ 1 g
6.	c ; cm	+ 1 g
7.	x = 0,5	+ 1 g
8. a)	B och C	+ 1 g
b)	C Motivering med korrekt svar. Använder generell metod. <i>Bedömda elevarbeten sid. 5–6.</i>	+ 1 vg α
9.	75° Ansats till lösning t.ex. bestämt en del av vinkel x Lösning med korrekt svar.	+ 1 g + 1 vg
10.	0,3 mil ; 3 km ; 3 000 m	+ 1 vg
11.	15	+ 1 vg
12.	y = 2x + 3	+ 1 vg
13.	(x - 3) ² ; (x - 3)(x - 3)	+ 1 vg
14.	18	+ 1 vg

Bedömda elevarbeten till uppgift 8b





(0/1) □

C:s kurva stiger snabbast.

Svar: C

MVG-kvalitet visar eleven i denna uppgift genom att använda en generell lösningsmetod.

Uppg. 8b



Bedömningsanvisningar uppgift 15

Uppgiftsspecifik bedömningsmatris (max 4/5) ☒

Bedömningen avser	Kvalitativa nivåer		
	Lägre	→ Högre	
<p>Metodval och genomförande</p> <p><i>I vilken grad eleven kan tolka en problemsituation och lösa olika typer av problem.</i></p> <p><i>Hur fullständigt och hur väl eleven använder metoder och tillvägagångssätt som är lämpliga för att lösa problemet.</i></p>	<p>Eleven gör korrekta beräkningar till minst två tvåsiffriga heltal.</p> <p>Eleven gör minst en korrekt ”taltek” till ett tresiffrigt heltal.</p> <p>(1/0) (2/0)</p>	<p>Eleven tecknar och förenklar ett algebraiskt uttryck för taltek med tvåsiffriga heltal.</p> <p>(2/1)</p>	<p>Eleven tecknar ett algebraiskt uttryck för taltek med tresiffriga heltal.</p> <p>(2/2)</p>
<p>Matematiska resonemang</p> <p><i>Förekomst och kvalitet hos värdering, analys, reflektion, bevis och andra former av matematiska resonemang.</i></p>	<p>Eleven upptäcker utifrån exempel något mönster för tvåsiffriga tal, t.ex. att svaren är delbara med tre eller tiotalssiffran i talet är ett lägre.</p> <p>(1/0)</p>	<p>Eleven undersöker sin upptäckt för tresiffriga heltal och drar korrekt slutsats utifrån sin upptäckt.</p> <p>(1/1)</p>	<p>Eleven tolkar den algebraiska härledningen för tresiffriga heltal.</p> <p>(1/2)</p>
<p>Redovisning och matematiskt språk</p> <p><i>Hur klar, tydlig och fullständig elevens redovisning är och hur väl eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner.</i></p>	<p>Redovisningen är möjlig att följa och det matematiska språket är acceptabelt.</p> <p>(1/0)</p>	<p>Redovisningen omfattar en större del av uppgiften och det matematiska språket är lämpligt.</p> <p>(1/1)</p>	

<i>MVG-kvalitet</i>	<i>visar eleven i denna uppgift genom att</i>
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning.	använda en generell metod för att visa att slutsatsen gäller för tresiffriga heltal
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet.	tolka sin algebraiska härledning för tresiffriga heltal
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang.	genomföra ett bevis för tresiffriga heltal
Värderar och jämför metoder/modeller.	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk.	göra en välstrukturerad lösning med korrekt matematiskt språk

Bedömda elevarbeten till uppgift 15

Elevarbete A

Jag tänker på talet 22
 Siffersumman blir $2+2=4$
 $22-4=18$ Svar 18

Jag tänker på talet 12
 Siffersumman blir $1+2=3$
 $12-3=9$ Svar: 9

Tal 44
 Siffersumman $4+4=8$
 $44-8=36$

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motivering
Metodval och genomförande	— x —————>	1/0	
Matematiska resonemang	— x —————>	0/0	
Redovisning och matematiskt språk	— ————— x —————>	1/0	
	Summa	2/0	

Elevarbete B

Jag tänker på talet 84
 Siffer summan blir $8+4=12$
 $84-12=72$ Svar 72

Jag tänker på talet 42
 Siffer summan blir $4+2=6$
 $42-6=36$ Svar 36

Jag tänker på talet 64
 Siffersumman blir $6+4=10$
 $64-10=54$ Svar: 54

28	14	12
$2+8=10$	$1+4=5$	$1+2=3$
$28-10=18$	$14-5=9$	$12-3=9$

Alla tal under 20 blir svaret 9 på.

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motivering
Metodval och genomförande	— x —————>	1/0	
Matematiska resonemang	— x —————>	1/0	
Redovisning och matematiskt språk	— x —————>	1/0	
	Summa	3/0	

Elevarbete D

Jag tänker på 74. Siffersumma $7+4=11$

$$74 - 11 = 63 \quad \text{Svar } 63$$

Jag tänker på 89. Siffersumma $8+9=17$

$$89 - 17 = 72 \quad \text{Svar} = 72$$

Jag tänker på 63. Siffersumma $6+3=9$

$$63 - 9 = 54 \quad \text{Svar} = 54$$

Jag tänker på 99. Siffersumma $9+9=18$

$$99 - 18 = 81 \quad \text{Svar} = 81$$

Svarens gemensamhet är att tiotalet alltid blir en lägre.

Jag tänker på 133. Siffersumma $1+3+3=7$

$$133 - 7 = 126 \quad \text{Svar} = 126$$

Jag tänker på 878. Siffersumma $= 8+7+8=23$

$$878 - 23 = 855 \quad \text{Svar} = 855$$

Min upptäckt stämmer inte med tresiffrigt tal.

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motivering
Metodval och genomförande	—————x—————>	2/0	
Matematiska resonemang	—————x—————>	1/1	Eleven drar en korrekt slutsats utifrån sin upptäckt.
Redovisning och matematiskt språk	—————x—————>	1/0	
	Summa	4/1	

Elevarbete E

Tal: 74 Siffersumma: $7+4=11$ $74-11=63$

Tal: 14 Siffersumma $1+4=5$ $14-5=9$

Tal: 64 Siffersumma: $6+4=10$ $64-10=54$

Svaret är samma som första siffran i talet multiplicerat med nio.

Tal ab Siffersumma: $a+b$

$10a + b$

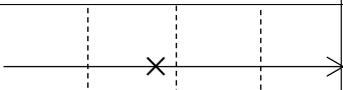
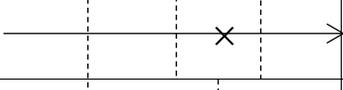
$10a + b = ab = 9a$

987 Siffersumma: $9+8+7=24$

$987 - 24 = 963$ $9 \cdot 9 = 81$

Svar: Nej

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motivering
Metodval och genomförande		2/0	Eleven påbörjar skrivning av ett algebraiskt uttryck för tvåsiffriga tal men visar ingen tallek.
Matematiska resonemang		1/1	Eleven drar en korrekt slutsats utifrån sin upptäckt.
Redovisning och matematiskt språk		1/0	
	Summa	4/1	

Elevarbete F

$$\begin{array}{l}
 15 \rightarrow 1+5=6 \quad 15-6=9 \\
 16 \rightarrow 1+6=7 \quad 16-7=9 \\
 25 \rightarrow 2+5=7 \quad 25-7=18 \\
 26 \rightarrow 2+6=8 \quad 26-8=18 \\
 35 \rightarrow 3+5=8 \quad 35-8=27
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} 15 \\ 16 \\ 25 \\ 26 \\ 35 \end{array}} \right\} 9, 18, 27, 36, 45 \text{ etc.}$$

Vad talen har gemensamt är att resultatet blir en del av nians multiplikationstabell.

Generaliserad :

$$10a + b - (a + b) = 10a - a = a \cdot 9$$

Som jag märkte är svaret en del av nians tabell, beroende på det första talet. Relationen är $a \cdot 9$ vilket ger samma resultat som $10a - a$

$$\begin{array}{l}
 \text{Ex} \quad 25 \quad 25 - (2+5) = 18 \\
 \quad \quad \downarrow \\
 \quad \quad a \quad a \cdot 9 = 2 \cdot 9 = 18
 \end{array}$$

Funkar inte på tresiffriga tal då dessa bygger på tvåsiffriga

$$\begin{array}{c}
 a - 1 \quad 2 \quad 3 \\
 \quad \quad \downarrow \\
 \quad \quad \quad b \quad ??
 \end{array}$$

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motivering
Metodval och genomförande		1/1	*Eleven gör ingen "tallek" till ett tresiffrigt tal.
Matematiska resonemang		1/0	Eleven drar en slutsats utan att göra någon undersökning för tresiffriga tal.
Redovisning och matematiskt språk		1/1	
	Summa	3/2	

45 tänker jag på $45 - (4 + 5) = 36$

24 har siffersumma 6. $24 - 6 = 18$

Svaret blir första siffran multiplicerat med 9
($2 \cdot 9 = 18$, $4 \cdot 9 = 36$)

$10a + b - (a + b) = 9a$ Det stämmer alltså.

$396 - (3 + 9 + 6) = 396 - 18 = 378$

Om vi testar att göra det i generell form
får vi $100a + 10b + c - (a + b + c) = 99a + 9b$.

Svaret blir alltså 99 multiplicerat med första
siffran adderat med 9 multiplicerat med
andra siffran. Anledningen att det blir

så här är att man drar en hundradel
av värdet från a eftersom det är ett
hundratal. Från b dras en tiondel av
värdet och från c dras hela värdet (det
är ju ett ental). Därför blir det $99a + 9b$.

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motivering
Metodval och genomförande		2/2	
Matematiska resonemang		1/0	Eleven drar ingen slutsats av sin undersökning av tresiffriga tal.
Redovisning och matematiskt språk		1/1	
	Summa	4/3	☒

Elevarbete G visar följande MVG-kvaliteter:

<i>MVG-kvalitet</i>	<i>visar eleven i denna uppgift genom att</i>
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning.	använda generell metod för tresiffriga tal
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet.	
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang.	
Värderar och jämför metoder/modeller.	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk.	redovisa strukturerat med ett korrekt matematiskt språk

Jag tänker på talet 21 siffersumman blir $2+1=3$

$$21 - 3 = 18$$

• 17

$$1+7=8$$

$$17-8=9$$

• 64

$$6+4=10$$

$$64-10=54$$

• 72

$$7+2=9$$

$$72-9=63$$

Alla talen (svaren) är delbara med 3

• $10a + b$ Siffersumma $(a+b)$

Talet - siffersumma $10a + b - (a+b)$

där a är första siffran b = andra siffran

Eftersom a är multiplicerat med 10 så kommer du alltid få tiotalet som det var i talet, b är då bara antalet ental som fattas.

Ex talet är 21 $(10 \cdot 2) + 1 = 21$

Formeln $(10a) + b$ fungerar inte med tresiffriga tal då 10an endast bildar 10-tal och inte hundratal som det behövs i ett tresiffrigt tal.

I stället blir formeln:

$$(100 \cdot a) + (10 \cdot b) + c$$

$$\text{siffersumma} \\ (a + b + c)$$

där a = första siffran, b = andra siffran
 c = tredje siffran.

Talet - siffer summan: $(100 \cdot a) + (10 \cdot b) + c - (a + b + c)$

Ex talet 132 $(100 \cdot 1) + (10 \cdot 3) + 2 = 132$

Dock om man vill använda formeln $(10 \cdot a) + b$ måste a bestå av de två första siffrorna

ex $(10 \cdot 13) + 2 = 132$

Talleken med tresiffriga tal:

$$121$$

$$1+2+1=4$$

$$121-4=117$$

$$148$$

$$1+4+8=13$$

$$148-13=135$$

$$292$$

$$2+9+2=13$$

$$292-13=279$$

$$981$$

$$9+8+1=18$$

$$981-18=963$$

Slutsats: Det tresiffriga talen är även dom delbara med 3.

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motivering
Metodval och genomförande		2/1	*Eleven tecknar men förenklar inte det algebraiska uttrycket för tvåsiffriga tal.
Matematiska resonemang		1/1	Eleven drar en korrekt slutsats utifrån sin upptäckt.
Redovisning och matematiskt språk		1/1	
	Summa	4/3	☒

Elevarbete H visar följande MVG-kvaliteter:

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning.	*
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet.	
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang.	
Värderar och jämför metoder/modeller.	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk.	redovisa välstrukturerat och teckna generella uttryck

*Kommentar: Elevarbetet bedöms inte visa denna MVG-kvalitet då arbetet inte visar en generell metod utan enbart formulerar ett generellt uttryck.

Elevarbete I

$$74$$

$$7 + 4 = 11$$

$$74 - 11 = 63$$

$$57$$

$$5 + 7 = 12$$

$$57 - 12 = 45$$

$$12$$

$$1 + 2 = 3$$

$$12 - 3 = 9$$

$$28$$

$$2 + 8 = 10$$

$$28 - 10 = 18$$

$$35$$

$$3 + 5 = 8$$

$$35 - 8 = 27$$

Efter mina observationer kom jag till slutsatsen att svaret blir ett tal i niams tabell. Det är 9 multiplicerat med den första siffran.

Tex $\underline{35}$ $9 \cdot 3 = 27$

$$3 + 5 = 8$$

$$35 - 8 = 27$$

ab är ett tvåsiffrigt heltal.

$$ab \quad 10a + b$$

$$a + b$$

$$10a + b - (a + b) = 9a$$

De två siffrorna adderas.
 $a + b$ tas bort vilket resulterar i $9a$, vilket är delbart med 9.

Tresiffriga positiva heltal

$$123$$

$$1 + 2 + 3 = 6$$

$$123 - 6 = 117$$

$$578$$

$$5 + 7 + 8 = 20$$

$$578 - 20 = 558$$

$$946$$

$$9 + 4 + 6 = 19$$

$$946 - 19 = 927$$

Efter att ha observerat några resultat som inddrar tresiffriga heltal har jag kommit till slutsatsen att talen fortfarande ingår i niams tabell.

Dock stämmer det inte längre att det är den första siffran multiplicerad med 9 som blir resultatet.

tex 123

$1 + 2 + 3 = 6$

$123 - 6 = 117$

$\frac{117}{9} = 13$

$100a + 10b + c$

$a + b + c$

abc är ett tresiffrigt heltal

siffrorna adderas

$100a + 10b + c - (a + b + c) = 99a + 9b$

Resultatet är delbart med 9 $\frac{99}{9} = 11$ $\frac{9}{9} = 1$

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motivering
Metodval och genomförande	_____ X →	2/2	
Matematiska resonemang	_____ X →	1/2	
Redovisning och matematiskt språk	_____ X →	1/1	
	Summa	4/5 ☒	

Elevarbete I visar följande MVG-kvaliteter:

<i>MVG-kvalitet</i>	<i>visar eleven i denna uppgift genom att</i>
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning.	använda generell metod för tresiffriga tal
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet.	visa att den algebraiska härledningen för tresiffriga tal är delbar med nio
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang.	genomföra ett bevis för tresiffriga tal
Värderar och jämför metoder/modeller.	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk.	redovisa välstrukturerat med ett korrekt matematiskt språk

Bedömningsanvisningar Del II

Till uppgifterna ska eleverna lämna fullständiga lösningar. Elevlösningarna ska bedömas med g- och vg-poäng. För de flesta uppgifterna gäller följande allmänna bedömningsanvisningar.

För maxpoäng krävs en klar och tydlig redovisning av en korrekt tankegång med korrekt svar.

Till de enskilda uppgifterna finns korrekta svar och bedömningsanvisningar för delpoäng.

På de \square -märkta uppgifterna i detta prov kan eleven visa följande MVG-kvaliteter:

Eleven

- formulerar och utvecklar problemet och/eller använder generella metoder/modeller vid problemlösning (uppgift 5c)
- analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer slutsatsernas rimlighet och giltighet från olika typer av matematiska problem (uppgift 9 och 10c)
- värderar och jämför olika metoder/modeller (10c)
- redovisar välstrukturerat med lämpligt och korrekt matematiskt språk (uppgift 5c).

1. a)	22,4 Korrekt svar.	Max 1/0 + 1 g
2.	300 medlemmar Ansats till lösning där det framgår att 40 % motsvarar 120 medlemmar med korrekt svar.	Max 2/0 + 1 g + 1 g
3. a)	13 st Korrekt svar.	Max 1/0 + 1 g
b)	Figur 18 Redovisning med korrekt svar.	Max 1/0 + 1 g
c)	$F = 2n + 1$; $F = n + n + 1$; Antal fåglar = 2 · formens nummer + 1 Godtagbart samband med ord eller formel.	Max 0/1 + 1 vg
4. a)	T.ex. 44 dygn ; 1,4 månader ; 1 månad 13 dygn Ansats till lösning med korrekt användning av tabellen. Redovisning med godtagbart svar i intervallet 1,3–1,5 månader.	Max 1/1 + 1 g + 1 vg
b)	”Nej, jag andas var tredje sekund och då hinner det födas 12 barn.” Godtagbar motivering varför det föds fler än en människa per andetag. <u>Bedömda avskrivna autentiska elevarbeten</u> 0/1 ”Ja om jag andas mycket, mycket snabbt. 4 gånger på en sekund.” 0/1 ”Det föds 4,2 barn i sekunden. Man andas kanske 2 ggr/s. Det föds alltså fler barn/s än du hinner andas. Nej, han har fel.”	Max 0/1 + 1 vg

5. a)	<p>”New Tunes” Ansats till lösning, t.ex. beräknat kostnaden hos en av webbplatserna. Redovisning med korrekt slutsats.</p>	<p>Max 2/0 + 1 g + 1 g</p>
b)	<p>”$y = 0,75x + 5$ där $x =$ antal låtar och $y =$ priset”, ”Priset = $0,75 \cdot$ antal låtar + 5” Ansats till lösning, t.ex. angivit ett godtagbart uttryck. Anger godtagbar formel där ingående storheter framgår. <i>Bedömda elevarbeten sid. 23.</i></p>	<p>Max 1/1 + 1 g + 1 vg</p>
c)	<p>16 låtar Visat att priset för 16 låtar är lika eller påbörjad lösning. Fullständig lösning, t.ex. genom redovisad systematisk prövning eller ekvationslösning. Använder generell metod. <i>Bedömda elevarbeten sid. 23–24.</i></p>	<p>Max 1/1 ✕ + 1 g + 1 vg + ✕</p>
6. a)	<p>Sidlängderna är 6 dm, 4 dm och 1 dm Godtagbar skiss av låda, med två korrekta mått med tre korrekta mått.</p>	<p>Max 2/0 + 1 g + 1 g</p>
b)	<p>Sidlängder som ger volymen 48 dm^3, t.ex. (6, 4 och 2) dm Ansats till lösning, t.ex. beräknat den större lådans volym. Angett korrekta sidlängder med godtagbar motivering. <i>Denna bedömning gäller även om beräkningen bygger på felaktiga sidlängder (följdfel från 6a).</i></p>	<p>Max 1/1 + 1 g + 1 vg</p>
7.	<p>Det fjärde talet är större än eller lika med 12 Lösning som visar förståelse för median. Anger godtagbart intervall. <i>Bedömda elevarbeten sid. 25.</i></p>	<p>Max 1/1 + 1 g + 1 vg</p>
8. a)	<p>Värde i intervallet 18–24 miljoner användare/år Ansats till lösning t.ex. rimlig avläsning (55–75 miljoner). Redovisning med godtagbart svar.</p>	<p>Max 2/0 + 1 g + 1 g</p>
b)	<p>6 ‰ ; 6 Korrekt tecknad kvot med korrekt svar.</p>	<p>Max 2/0 + 1 g + 1 g</p>
c)	<p>200 000 ; 0,2 miljoner Lösning där det framgår att ökningen ska beräknas på ursprungsvärdet. Fullständig lösning med korrekt svar.</p>	<p>Max 0/2 + 1 vg + 1 vg</p>

9. a)	<p>Anger ett korrekt talpar av följande:</p> <table border="1" data-bbox="373 282 1152 383"> <tr> <td>c</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>6</td> <td>10</td> <td>12</td> <td>15</td> <td>20</td> <td>30</td> <td>60</td> </tr> <tr> <td>d</td> <td>60</td> <td>30</td> <td>20</td> <td>15</td> <td>12</td> <td>10</td> <td>6</td> <td>5</td> <td>4</td> <td>3</td> <td>2</td> <td>1</td> </tr> </table> <p>Redovisning med ett korrekt exempel.</p>	c	1	2	3	4	5	6	10	12	15	20	30	60	d	60	30	20	15	12	10	6	5	4	3	2	1	<p>Max 0/1</p> <p>+ 1 vg</p>
c	1	2	3	4	5	6	10	12	15	20	30	60																
d	60	30	20	15	12	10	6	5	4	3	2	1																
b)	<p>Redovisning med ytterligare minst två exempel eller redovisning som visar att talens produkt är 60 eller motsvarande samband.</p> <p>MVG-kvalitet visar eleven i denna uppgift genom att analysera och tolka resultat, i detta fall genom att motivera att alla möjliga kombinationer är funna.</p> <p><i>Bedömda elevarbeten sid. 26–27.</i></p>	<p>Max 0/1 ✖</p> <p>+ 1 vg</p> <p>+ ✖</p>																										
10. a)	<p>Svar i intervallet 4,7–5 miljarder</p> <p>Godtagbart svar.</p>	<p>Max 1/0</p> <p>+ 1 g</p>																										
b)	<p>”Anton resonerar så att skillnaden är störst i antal och Jonatan resonerar att skillnaden är störst procentuellt.”</p> <p>Ansats till lösning, t.ex. avläst några av de värden som krävs för beräkning av jämförelser.</p> <p>Redovisat minst två ökning: en i procent och en i antal, t.ex. för en person.</p> <p>Fullständig lösning med relevant jämförelse.</p>	<p>Max 1/2</p> <p>+ 1 g</p> <p>+ 1 vg</p> <p>+ 1 vg</p>																										
c)	<p>Svar med någon rimlig kommentar eller endast beskrivning av beräkningar.</p> <p>Tolkar minst en av modellerna.</p> <p>Tolkning av båda modellerna.</p> <p><i>Bedömda elevarbeten sid. 28–29.</i></p>	<p>Max 0/2 ✖</p> <p>+ 1 vg</p> <p>+ 1 vg</p> <p>+ ✖</p>																										

Bedömda elevarbeten till uppgift 5b

$5 + 0,75x$	(1/0)
NewTunes $y = 5 + x \cdot 0,75$	(1/0)
$0,75x + 5 = y$ $x = \text{Antalet Låtar}$ $y = \text{Priset}$	(1/1)

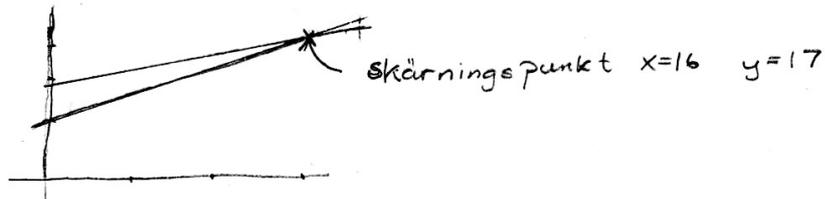
Bedömda elevarbeten till uppgift 5c

<p>Kostnaden blir detsamma för 16 låtar</p> $0,50 \cdot 16 + 9 = 17$ $0,75 \cdot 16 + 5 = 17$	(1/0)
$NT: 5 + 0,75 \cdot 14 = 15,5$ $MfA: 9 + 0,50 \cdot 14 = 16$ $NT: 5 + 0,75 \cdot 16 = 17$ $MfA: 9 + 0,5 \cdot 16 = 17$ <p>Svar: När man har laddat ner 16 låtar</p> <p>Kommentar: Knapphändigt redovisad systematisk prövning.</p>	(1/1)
<p>4 euro mellan varandra och låtarna skiljer 0,25 € mellan varandra.</p> $\frac{4 \text{ €}}{0,25 \text{ €}} = 16$ <p>Svar: 16 låtar</p> <p>MVG-kvalitet visar eleven i denna uppgift genom att använda en generell lösningsmetod, i detta fall genom att jämföra två differenser.</p>	(1/1) α

Uppg. 4c



Jag skrev in formlerna $y = 5 + 0,75x$ och $y = 9 + 0,50x$ i räknaren och ritade upp dem



Svar: 16 låtar

MVG-kvalitet visar eleven i denna uppgift genom att använda en generell lösningsmetod och ett korrekt matematiskt språk.

(1/1)

Uppg. 4c

+
+

Svar: 16 låtar

$$5 + 0,75x = 9 + 0,5x \quad x = \text{antal låtar}$$

$$0,75x = 9 - 5 + 0,5x$$

$$0,75x - 0,5x = 4$$

$$0,25x = 4$$

$$\frac{0,25x}{0,25} = \frac{4}{0,25}$$

$$x = 16$$

MVG-kvalitet visar eleven i denna uppgift genom att använda en generell lösningsmetod och ett korrekt matematiskt språk.

(1/1)

Uppg. 4c

+
+

Bedömda elevarbeten till uppgift 7

<p>3 8 12 14</p> <p>Jag väljer 14 för att det är högre än de andra talen och för att medianen var 10.</p> <p>3 (8 12) 14</p> $\frac{8+12}{2} = \underline{10} \quad \text{Medianen stämmer}$	<p>(1/0)</p>
<p>Svar $x > 12$</p> <p>3 (8 12) x</p> $\frac{8+12}{2} = \frac{20}{2} = 10$ <p>Medianen är talen i mitten av fyra tal dividerat med två. För att 8 och 12 skall vara i mitten måste 'x' vara större än 12.</p> <p>Kommentar: Vid bedömning jämförs svaren $x > 12$ eller $x \geq 12$ i denna uppgift.</p>	<p>(1/1)</p>
<p>3, (8, 12) x</p> $\frac{8+12}{2} = 10$ <p>Svar: $x \geq 12$ eftersom att $8+x$ (där $x < 12$) inte går in i talföljden, eftersom att det är medelvärdet av de två talen i mitten. I fall att x skulle vara mindre än 12, skulle medianen inte vara 10, eftersom att $\frac{8+12}{2} = 10$</p> <p>Alltså, $x \geq 12$</p>	<p>(1/1)</p>

Bedömda elevarbeten till uppgift 9

a) $\frac{15}{c} = \frac{d}{4} \quad | \cdot c \quad (c \neq 0)$
 $15 = \frac{c \cdot d}{4} \quad | \cdot 4$
 $60 = c \cdot d$

Produkten av två positiva heltal ska vara 60.
 En möjlig $c=12$ och $d=5$

b) $60 = c \cdot d \quad | : d$
 $c \cdot d = (1) \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$

c	c	d	d
1	1	60	60
2	2	2·3·5	30
3	3	2·2·5	20
4	2·2	3·5	15
5	5	2·2·3	12
6	2·3	2·5	10
10	2·5	2·3	6
12	3·2·2	5	
...	
60	2·2·3·5	1	

MVG-kvalitet visar eleven i denna uppgift genom att "motivera" att alla kombinationer är funna.

(0/1)

(0/1)α

Uppg. 9



a) $\frac{15}{c} = \frac{d}{4}$ Jag förenklar genom korsmultiplikation

(0/1)

$$60 = c \cdot d$$

Alltså ska $c \cdot d$ bli 60

Ett förslag är $c=2$ $d=30$

$$\frac{15}{2} = \frac{30}{4}$$

$$7,5 = 7,5$$

b)

c	d	c·d
x	y/x	y
1	60	60
2	30	60
3	20	60
4	15	60
5	12	60
6	10	60
60	1	60
30	2	60
20	3	60
15	4	60
12	5	60
10	6	60

12st

11
svar

Jag skriver in formeln

$$y = \frac{60}{x}$$

och kollar sedan

igenom tabellen och

skrev ner de svar

jag fick.

(0/1)α

MVG-kvalitet visar eleven i denna uppgift genom att "motivera" att alla kombinationer är funna.

Uppg. 9



Bedömda elevarbeten till uppgift 10c

<p>Jonatan räknar ut antalet skickade SMS med formeln $y = kx + m$</p> <p>Anton har försökt göra en linje men han har inte lyckats.</p> <p>Kommentar: Beskriver en modell men gör ingen tolkning.</p>	<p>(0/1)</p>
<p>$4900 - 2100 = \frac{2800}{2} = 1400$</p> <p>Jonatan räknar bara ut medelökningen på två år för att sedan multiplicera det talet med 4 (antalet år) och addera det med startvärdet 4900 (2007 års värde)</p> <p>Anton drar en linje igenom och bortser på så sätt från den högsta differensen och den lägsta. Detta gör dock att han påstår att ökningen är linjär med startvärdet.</p> <p>Kommentar: Tolkar endast Antons modell.</p>	<p>(0/2)</p>
<p>Antons lösning ger en medellutning för alla värden, och tar inte hänsyn till att den procentuella ökningen leder till att summan stiger med allt större steg.</p> <p>Jonatan har i stället räknat ut antalsmedelökningen för de fyra senaste åren, och detta bör ge ett bättre svar då tiden för "SMS-accelerationen" sätts igång.</p> <p>MVG-kvalitet visar eleven i denna uppgift genom att analysera och jämföra resultaten av de presenterade beräkningarna och att jämföra metoderna.</p>	<p>(0/2) α</p> <p>Uppg. 10c</p> <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg); font-size: 8px; margin-right: 2px;">MVG-kvalitet</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px; margin-bottom: 2px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px; margin-bottom: 2px; text-align: center;">+</div> <div style="border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px; margin-bottom: 2px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px; margin-bottom: 2px; text-align: center;">+</div> <div style="border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px;"></div> </div> </div>

Anton anpassade in punkterna på en linje som tar hänsyn till alla punkter. Hans lösning ger då ett mindre svar eftersom även de år antalet sms var mycket litet blir med i medelvärdet.

Jonatan väljer en punkt då SMS-antalet snart kommer att skjuta i höjden (efter en ganska lugn ökning.) Hans metod tar inte hänsyn till de tidigare åren, utan speglar bara hur 2007 sköt i höjden. Därför blir hans lösning mycket större.

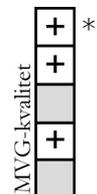
(En intressant sak vore ju om man tillämpade Jonatans metod på alla värden i stället

$$\frac{4900 - 50}{9} \approx 540 \quad 4900 + 540 \cdot 4 = 7060 \text{ miljoner}$$

ett någorlunda bra medelvärde på deras lösningar.)

MVG-kvalitet visar eleven i denna uppgift genom att utveckla problemet och ge ett eget förslag*, analysera och jämföra resultaten av de presenterade beräkningarna och jämföra metoderna.

Uppg. 10c



*Denna MVG-kvalitet har inte hittats i så många elevarbeten i denna uppgift och är därför inte markerad i sammanställningen av MVG-kvaliteterna. Elevarbeten kan uppvisa MVG-kvaliteter på andra ställen än de som är angivna i sammanställningen.

Kravgränser

Maxpoäng

Detta prov kan ge maximalt 60 poäng varav 27 vg-poäng.

Provbetyget Godkänt

För att få provbetyget Godkänt ska eleven ha erhållit minst 19 poäng.

Provbetyget Väl godkänt

För att få provbetyget Väl godkänt ska eleven ha erhållit minst 35 poäng varav minst 9 vg-poäng.

MVG-kvalitet

På de \square -märkta uppgifterna i detta prov kan eleven visa följande MVG-kvaliteter:

MVG-kvalitet	Del I		Del II			Övriga uppgifter*
	8b	15	5c	9	10c	
Formulerar och utvecklar problemet, använder generella metoder/modeller vid problemlösning.				\square	\square	
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet.	\square		\square			
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang.	\square		\square	\square	\square	
Värderar och jämför metoder/modeller.	\square	\square	\square	\square		
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk.	\square			\square	\square	

*I undantagsfall kan elever visa MVG-kvaliteter i sitt arbete med andra uppgifter. Detta bör då tas med i bedömningen.

Provbetyget Mycket väl godkänt

För att få provbetyget Mycket väl godkänt ska eleven ha visat *minst fyra av ovanstående tio MVG-kvaliteter*. Dessa MVG-kvaliteter ska vara av *minst tre olika slag*. Eleven ska också ha erhållit minst 18 vg-poäng för att visa en bredd i sina matematikkunskaper.

Serviceblanketter till bedömning finns i pdf-format att ladda ned från PRIM-gruppens hemsida www.prim-gruppen.se

Insamling av provresultat för matematik kurs A

Höstterminen 2011 deltar alla skolor i resultatinsamlingen genom att skicka in resultat för ett litet urval elever. Denna insamling ger värdefull information och är nödvändig för att kunna utvärdera och utveckla de nationella kursproven. Genom att du och dina kollegor skickar in resultat kommer vi också att kunna publicera en rapport med resultat från höstens prov tidigt under våren. **Rapporten kommer att finnas tillgänglig på <http://www.prim-gruppen.se>.** Genom att i resultatinsamlingen ange din e-postadress kan du, när rapporten är klar, få en länk till hemsidan skickad.

När du genomfört provet och bedömt elevernas arbete så rapporterar du resultat för elever födda den 3:e, 8:e, 10:e, 23:e och 26:e i varje månad. Detta görs på nedanstående webbplats. Sedan besvarar du en lärarenkät som finns på samma webbplats. Skicka också in kopia av elevlösningar för elever födda den 3:e i varje månad.

1. Gå in på <http://www.prim-gruppen.se> och klicka på rubriken **Resultatinsamling kurs A ht 2011** som du finner under rubriken Resultatinsamlingar högst upp på sidan.
2. Skriv **hela5en** i rutan för **lösenord**.
3. Fyll i några bakgrundsdata samt elevresultat för **elever födda den 3:e, 8:e, 10:e, 23:e och 26:e i varje månad** i den undervisningsgrupp som genomfört provet.
4. Fyll i lärarenkäten.
5. När du är färdig tryck på Skicka filen.
6. Skicka en kopia av bedömda elevlösningar för elever **födda den 3:e i varje månad** till:

Stockholms universitet
MND
PRIM-gruppen (Kurs A)
106 91 STOCKHOLM

Eftersom bakgrundsdata, och kanske även vissa svar i lärarenkäten, skiljer sig åt mellan grupper så måste du göra om proceduren ovan (steg 3–6) för varje grupp om du har genomfört nationella kursprov i flera undervisningsgrupper. För att det ska vara möjligt att publicera en resultatrapport tidigt i vår måste vi ha alla resultat **senast den 20 januari 2012**.

Mål som eleverna ska ha uppnått efter avslutad kurs A i matematik enligt kursplan Gy2000

Eleven skall

- A1. kunna formulera, analysera och lösa matematiska problem av betydelse för vardagsliv och vald studieinriktning,
- A10. känna till hur matematiken påverkar vår kultur när det gäller till exempel arkitektur, formgivning, musik eller konst samt hur matematikens modeller kan beskriva förlopp och former i naturen,

Aritmetik

- A2. ha fördjupat och vidgat sin taluppfattning till att omfatta reella tal skrivna på olika sätt, med och utan tekniska hjälpmedel med omdöme kunna tillämpa sina kunskaper i olika former av numerisk räkning med anknytning till vardagsliv och studieinriktning,

Geometri

- A3. ha fördjupat kunskaperna om geometriska begrepp och kunna tillämpa dem i vardagssituationer och i studieinriktningens övriga ämnen,
- A4. vara så förtrogen med grundläggande geometriska satser och resonemang att hon eller han förstår och kan använda begreppen och tankegångarna vid problemlösning,

Statistik

- A5. kunna tolka, kritiskt granska och med omdöme åskådliggöra statistiska data samt kunna tolka och använda vanligt förekommande lägesmått,

Algebra och funktionslära

- A6. kunna tolka och hantera algebraiska uttryck, formler och funktioner som krävs för problemlösning i vardagslivet och i studieinriktningens övriga ämnen,
- A7. kunna ställa upp och tolka linjära ekvationer och enkla potensekvationer samt lösa dem med för problemsituationen lämplig metod och med lämpliga hjälpmedel,
- A8. kunna ställa upp, tolka, använda och åskådliggöra linjära funktioner och enkla exponentialfunktioner som modeller för verkliga förlopp inom privatekonomi och i samhälle,

Tekniska hjälpmedel

- A9. ha vana att vid problemlösning använda dator och grafritande räknare för att utföra beräkningar och åskådliggöra grafer och diagram.

Betygskriterier för ämnet matematik enligt kursplan Gy2000

Kriterier för betyget Godkänt

- G1. Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder och tillvägagångssätt för att formulera och lösa problem i ett steg.
- G2. Eleven genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
- G3. Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner samt utför beräkningar på ett sådant sätt att det är möjligt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck.
- G4. Eleven skiljer gissningar och antaganden från givna fakta och härledningar eller bevis.

Kriterier för betyget Vål godkänt

- V1. Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder, modeller och tillvägagångssätt för att formulera och lösa olika typer av problem.
- V2. Eleven deltar i och genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
- V3. Eleven gör matematiska tolkningar av situationer eller händelser samt genomför och redovisar sitt arbete med logiska resonemang såväl muntligt som skriftligt. Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner på sådant sätt att det är lätt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck såväl muntligt som skriftligt.
- V4. Eleven visar säkerhet beträffande beräkningar och lösning av olika typer av problem och använder sina kunskaper från olika delområden av matematiken.
- V5. Eleven ger exempel på hur matematiken utvecklats och använts genom historien och vilken betydelse den har i vår tid inom några olika områden.

Kriterier för betyget Mycket väl godkänt

- M1. Eleven formulerar och utvecklar problem, väljer generella metoder och modeller vid problemlösning samt redovisar en klar tankegång med korrekt matematiskt språk.
- M2. Eleven analyserar och tolkar resultat från olika typer av matematisk problemlösning och matematiska resonemang.
- M3. Eleven deltar i matematiska samtal och genomför såväl muntligt som skriftligt matematiska bevis.
- M4. Eleven värderar och jämför olika metoder, drar slutsatser från olika typer av matematiska problem och lösningar samt bedömer slutsatsernas rimlighet och giltighet.
- M5. Eleven redogör för något av det inflytande matematiken har och har haft för utvecklingen av vårt arbets- och samhällsliv samt för vår kultur.