

ÄMNESPROV

Matematik

ÅRSKURS

9

Vårterminen
2012

Sekretess t.o.m. 2018-06-30

Lärarinformation om
hela ämnesprovet

Del A med
bedömningsanvisningar

Innehåll

Information till lärare om alla delar i ämnesprovet i matematik	3
Bakgrund och syfte.....	3
Användning av provet i den grundläggande vuxenutbildningen.....	3
Allmän information om provet 2012	3
Anpassning för elever med funktionsnedsättning	10
Sekretess och arkivering.....	11
Insamling av provresultat	11
Hur vi arbetat med provet.....	12
Förfrågningar	13
 Del A – muntlig del.....	15
Beskrivning av del A	15
Kommentarer till frågorna i uppgift 1, 2 och 3.....	18
Beskrivningar och svar till uppgift 1 och 2	20
 Lärarmaterial – kopieringsunderlag.....	25
Genomförande.....	26
Uppgifter till elever.....	27
Uppgiftsspecifik bedömningsmatris	28
 Elevmaterial – kopieringsunderlag.....	29
Information till eleverna om del A.....	30
Version 1	32
Version 2	33
Version 3	34
 Bilagor	
1. Utdrag ur läroplanen och kursplanens övergripande mål	35
2. Mål i kursplanen relaterade till kunskapsområden	36
3. Betyg och bedömning.....	37
4. Provdelarnas innehåll relaterat till kursplan och betygskriterier	38

Information till lärare om alla delar i ämnesprovet i matematik

Bakgrund och syfte

Nationella ämnesprov i svenska och svenska som andraspråk, engelska och matematik för årskurs 9 är obligatoriska att använda i grundskolan, i fristående skolor och, i tillämpliga delar, i specialskolan. De bör användas i den grundläggande vuxenutbildningen. Syftet med ämnesproven är att

- stödja läraren i bedömningen om och hur väl eleverna uppnått målen i läroplan och kursplan
- ge stöd för betygssättningen
- bidra till en likvärdig bedömning över landet.

Provet är avsett att vara en konkretisering av läroplanens kunskapssyn och ämnessynen i kursplanen. Provet innehåller både bredd och variation, för att eleven ska ges tillfälle att visa så många sidor som möjligt av sin kompetens i matematik. Eftersom alla mål inte kan prövas i det nationella provet utgör elevens resultat på ämnesprovet *endast en del av underlaget för lärarens samlade bedömning*, när han/hon ska avgöra vilket slutbetyg eleven ska få.

Målen för matematik är i kursplanen uppdelade i mål att sträva mot och mål att uppnå. De senare ska betraktas som minimikrav för vad eleven ska ha uppnått i slutet av årskurs 9 och motsvarar betyget Godkänt. Till ämnesprovet hör beskrivningar av kraven för olika provbetyg. Dessa beskrivningar bygger på betygskriterierna och har utarbetats efter diskussioner med grupper av yrkesverksamma matematiklärare. *Provbetyg beskrivs endast för provet som helhet.*

Användning av provet i den grundläggande vuxenutbildningen

Enligt 4 kap. 6 § Förordningen om kommunal vuxenutbildning, bör lärarna använda nationellt fastställda prov som ett hjälpmedel för att bedömningsgrunderna ska bli så enhetliga som möjligt över landet. Som betyg inom den grundläggande vuxenutbildningen ska användas någon av beteckningarna Icke godkänt (IG), Godkänt (G) eller Väl godkänt (VG). För den grundläggande vuxenutbildningen finns betygskriterier endast för betyget Godkänt. I detta informationsmaterial kommer vi dock endast att referera till kursplanen och betygskriterierna för grundskolan.

Provet innehåll är valt för att passa både tonåringar och vuxna. Användningen av och datum för provet kan anpassas efter lokala förhållanden. *Del B och del C får dock inte göras före de för grundskolan fastställda provdagarna, 2 maj respektive 15 maj.*

Allmän information om provet 2012

Distribution och provmaterial

Materialen för ämnesprovet i matematik för årskurs 9 distribueras till skolorna vid två olika tillfällen.

Vecka 2 distribueras endast detta häfte som förutom allmän information om hela provet innehåller del A med bedömningsanvisningar.

Vecka 17 distribueras övriga delar, del B, del C och bedömningsanvisningar till del B respektive del C.

För att kunna bedöma elevens kunskaper i matematik mot kursplanens olika mål och mot betygsriterierna behövs ett så brett bedömningsunderlag som möjligt. Ämnesprovet i matematik omfattar därför olika delar som ska ge eleven möjlighet att visa sina kunskaper på olika sätt. De olika delarna skiljer sig vad gäller kunskapsinnehåll, arbetssätt, redovisnings- och bedömningsätt. Nedan ges en kort sammanställning av de olika provdelarna.

	Del A	Del B1	Del B2	Del C
Beskrivning	Muntlig del som genomförs i grupper. <i>Formelblad och linjal ej tillåtet.</i> <i>Tillgång till miniräknare.</i>	Ca 20 uppgifter där endast svar krävs. <i>Miniräknare och formelblad ej tillåtet.</i>	En större uppgift som kräver utförlig redovisning. <i>Tillgång till miniräknare och formelblad.</i>	Ca 10 uppgifter. Lösningarna ska redovisas till alla uppgifter. <i>Tillgång till miniräknare och formelblad.</i>
Tid för genomförande	Vecka 3–22	2 maj	2 maj	15 maj
Tidsåtgång	Ca 30 minuter per grupp.	80 minuter för del B1 och del B2 tillsammans.		100 minuter
Bedömning	Aspektbedömning med stöd av bedömningsmatris.	Poäng enligt bedömningsanvisningar.	Aspektbedömning med stöd av bedömningsmatris.	Poäng enligt bedömningsanvisningar.

Från och med 2008 kan formelbladet endast laddas ned i pdf-format från Skolverkets hemsida www.skolverket.se eller PRIM-gruppens hemsida www.prim-gruppen.se.

Ersättningsprov

Från och med våren 2011 finns det ett nytt ersättningsprov för del B och del C i matematik. Detta ersättningsprov distribuerades vecka 17, 2011 i ett rött kuvert. Provdelen får användas endast om det finns *tydliga bevis* på att det ordinarie provet blivit känt. Om ersättningsprovet har använts skickas en kopia av den enkät som finns i det röda kuvertet till Skolverket. Hanteringsanvisningar och arkiveringsbestämmelser gäller även för ersättningsprovet.

Ersättningsprovet ska kunna fungera under flera år och gälla fram till dess Skolverket tillhandahåller ett nytt ersättningsprov. Därför får provet *endast användas som ersättningsprov på ordinarie provdatum*.

Beskrivning av de olika delarna

För varje del anges syfte, beskrivning, tidpunkt, tidsåtgång, materiel, genomförande och bedömning samt information till eleverna. *Del A beskrivs dessutom mer ingående på sid. 15–23.*

Del A

Syfte Del A prövar elevens förmåga att muntligt framföra matematiskt grundade idéer samt förmåga att lyssna till, följa och pröva andras förklaringar och argument.

Beskrivning Del A är en muntlig del.

Tidpunkt	Delen kan genomföras när som helst under provperioden vecka 3 t.o.m. vecka 22.
Tidsåtgång	Ca 30 minuter per grupp.
Materiel	<i>Endast penna.</i> Formelblad och linjal är <i>ej tillåtna</i> hjälpmedel. Tillgång till miniräknare. Läs mer på sid. 16.
Genomförande	Delen genomförs i grupper om 3–4 elever.
Bedömning	Läraren gör en aspektbedömning med stöd av en uppgiftsspecifik bedömningsmatris. Resultatet av bedömningen blir ett antal g- och vg-poäng. Uppgiften ger också möjlighet att visa MVG-kvaliteter. Läs mer om bedömning på sid. 16–17.

Information till eleverna före del A

Del A är en muntlig del. Delen genomförs i grupper om 3–4 elever. Ni kommer var och en att få redovisa några uppgifter och sedan ha en gemensam diskussion.

Del B

Syfte	Del B1 prövar framför allt elevens taluppfattning och grundläggande färdigheter i räkning med naturliga tal, tal i bråk- och decimalform och procent. Några uppgifter prövar elevens kunskaper i grundläggande algebra, geometri och statistik. Del B2 prövar elevens förmåga att lösa problem, reflektera över och tolka sina resultat samt bedöma deras rimlighet. Där prövas också elevens förmåga att uttrycka sina tankar skriftligt, dra slutsatser och generalisera.
Beskrivning	Del B består av två olika delar. Del B1 består av ca 20 uppgifter där endast svar krävs. <i>På denna del får eleverna varken använda miniräknare eller formelblad.</i> Del B2 består av en ”mer omfattande” uppgift. Uppgiften kännetecknas av att lösningen är ganska omfattande och kräver motiveringar.
Tidpunkt	Onsdagen den 2 maj 2012.
Tidsåtgång	80 minuter för del B1 och del B2 tillsammans. Erfarenheter från utprovningar visar att eleverna behöver 15–40 minuter för del B1.
Materiel	Penna, linjal och för del B2 också inskrivningspapper samt tillgång till miniräknare och formelblad.
Genomförande	Vi rekommenderar en ”flytande övergång” mellan del B1 och del B2. Del B1 och del B2 kan i så fall delas ut samtidigt till eleverna. Eleverna har då möjlighet att själva fördela tiden mellan delarna och påbörja arbetet med del B2 även utan miniräknare. Eleverna uppmanas att först lösa uppgifterna i del B1. Eleverna ska lösa uppgifterna i denna del <i>utan miniräknare och formelblad</i> . Svaren ska skrivas direkt i provhäftet. Då en elev anser att han/hon är klar med del B1 lämnas denna in och eleven får då ta fram sin miniräknare och sitt formelblad. Arbetet fortsätter sedan med del B2. Uppgiften i del B2 ska redovisas på inskrivningspapper. Om skolan anser att det är lämpligt att ha rast

	mellan delarna är detta tillåtet såvida inte både del B1 och del B2 delats ut.
Bedömning	Elevers svar i del B1 bedöms med g-poäng eller vg-poäng. För del B2 gör läraren en aspektbedömning med stöd av en uppgiftsspecifik bedömningsmatris och exempel på autentiska elevarbeten på olika kvalitativa nivåer. Bedömningen resulterar i ett antal g-poäng och vg-poäng. Uppgiften ger också möjlighet att visa MVG-kvaliteter. Läs mer om bedömning på sid. 7–9.
Information till eleverna före del B	<p>Del B består av två delar, B1 och B2.</p> <p>Del B1 består av ca 20 uppgifter. Uppgifterna ska <i>lösas utan miniräknare</i> och du behöver endast skriva svar. Svaret bedöms med g-poäng eller vg-poäng. Du löser dessa uppgifter snabbast genom att räkna i huvudet. Stödanteckningar kan du göra i provhäftet eller på kladdpapper.</p> <p>Del B2 består av en ”mer omfattande” uppgift av undersökande karaktär. Det är mycket viktigt att du redovisar dina tankegångar och att redovisningen är tydlig. Redovisningen ska skrivas på inskrivningspapper. Provhäftet ska lämnas in tillsammans med redovisningen. Formelblad och valfri miniräknare får användas. Läraren ska göra en helhetsbedömning med stöd av en bedömningsmatris. Bedömningen grundar sig på hur väl du förstår problemet, hur du genomför lösningen och analyserar resultatet och hur klart och tydligt du redovisar och använder det matematiska språket.</p>
Del C	
Syfte	Del C prövar elevens förmåga att lösa rutinuppgifter och olika problem samt reflektera över och tolka sina resultat och bedöma deras rimlighet.
Beskrivning	Del C består av ca 10 uppgifter som prövar kunskaper från flera olika kunskapsområden. Uppgifterna är samlade kring ett gemensamt tema.
Tidpunkt	Tisdagen den 15 maj 2012.
Tidsåtgång	100 minuter.
Materiel	Penna, linjal, miniräknare, formelblad och inskrivningspapper.
Genomförande	Till uppgifterna i del C ska lämnas fullständiga redovisningar på inskrivningspapper. Maxpoängen anges vid varje uppgift. Endast svar ger inga poäng.
Bedömning	Vid bedömning av elevens arbete ska positiv poängsättning tillämpas. Enligt denna ska eleverna få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för deras brister. Efter varje uppgift anges maximala antalet poäng som en korrekt lösning ger. (2/3) betyder att uppgiften kan ge högst 2 g-poäng och 3 vg-poäng. Om uppgiften också är märkt

med en α betyder det att uppgiften ger möjlighet att visa MVG-kvalitet. Läs mer om bedömning på sid. 7–9.

Information till eleverna före del C

Del C består av ca 10 uppgifter där du noga ska redovisa dina lösningar.

Maxpoängen för helt korrekt redovisning anges vid varje uppgift. Endast svar ger inga poäng. *Du kan få delpoäng för godtagbar tankegång även om svaret är fel.* (2/3) betyder att lösningen av uppgiften kan ge högst 2 g-poäng och 3 vg-poäng. Om uppgiften också är märkt med en α kan du i lösningen visa MVG-kvalitet. Om du inte kan lösa en uppgift helt och hållet bör du redovisa så långt du kan. Du kan gå tillbaka till uppgiften senare och fortsätta. Alla lösningar och svar ska skrivas på inskrivningspapper. Provhäftet ska lämnas in tillsammans med lösningarna. Formelblad och valfri miniräknare får användas.

Bedömning

G-poäng och vg-poäng

För att tydliggöra de kvalitativa nivåer som finns uttryckta i betygskriterierna ges vid bedömningen g-poäng och/eller vg-poäng. G-poäng relaterar till kunskaper som kan kopplas till målen att uppnå för årskurs 9 och vg-poäng relaterar till kunskaper som kan kopplas till VG- och/eller MVG-kriterier. Ibland är det subtila skillnader mellan de olika poängkvaliteterna. Bedömningen av vilka poäng som kan anses vara g- och vg-poäng i respektive del görs av referensgrupper med bl.a. yrkesverksamma matematiklärare.

Uppgifter markerade med symbolen α

Vissa uppgifter inbjuder till lösningar och resonemang som indikerar kvaliteter som kan kopplas till kriterierna för MVG. Det är uppgifter som i sig inte behöver vara särskilt komplicerade. Det är snarare så att dessa uppgifter kan lösas på flera sätt, vilket gör att eleverna kan använda en mer eller mindre generell metod och ett mer eller mindre utvecklat matematiskt uttryckssätt och språk. Uppgifterna är märkta med symbolen α .

Uppgifter som ska aspektbedömas med stöd av bedömningsmatris

Del A och del B2 ska bedömas med stöd av bedömningsmatris. Syftet är att för läraren och eleven dels visa på de olika kunskapsaspekter som kan bedömas, dels att beskriva de olika kvalitativa nivåerna inom varje kunskapsaspekt. Dessa aspekter och beskrivningar är hämtade från kursplan och betygskriterier.

De generella bedömningsmatriserna kan hämtas på PRIM-gruppens hemsida www.prim-gruppen.se. I bedömningsanvisningarna till respektive del finns de uppgiftsspecifika matriser som ska användas vid bedömningen.

Resultatet av bedömningen på var och en av dessa delar ger ett antal g- och vg-poäng samt eventuellt markeringar av MVG-kvalitet.

Sambedömning

Olika former av sambedömning kan bidra till en mer likvärdig bedömning av elevlösningar. Sambedömning kan ske på en rad olika sätt beroende på de lokala förutsättningarna. Till exempel kan lärare gemensamt med andra matematiklärare diskutera grunderna för bedömning, diskutera elevlösningar där det finns en osäkerhet om hur de ska bedömas eller

så kan man byta elevlösningar med varandra så att man inte bedömer sina egna elever. En annan variant är att fördela provets uppgifter mellan matematiklärarna så att varje lärare blir ”expert” på några uppgifter och bedömer samtliga elevers lösningar till dessa uppgifter.

Provbetyg

Beskrivningar av kraven för probbetygen Godkänt, Väl godkänt respektive Mycket väl godkänt ges för provet som helhet. En enskild del prövar en alltför begränsad del av målen i kursplanen för att kunna betygsättas. Läraren gör sin bedömning av elevernas prestationer enligt de bedömningsanvisningar som finns till varje del. Resultaten från alla i ämnesprovet ingående delar ska sedan adderas. Provbetyget bygger sedan på denna totala poängsumma.

Kravgränser för probbetygen Godkänt och Väl godkänt

För probbetyget G krävs ett minsta antal poäng totalt. För probbetyget VG krävs dels att en viss totalpoäng uppnås, dels att ett visst antal av totalpoängen utgörs av vg-poäng.

Provbetyget Mycket väl godkänt

Bedömningen av MVG på provet kommer inte bara att återspeglas i en poängsumma. För att en elev ska få detta probbetyg måste hon/han visa både bredd och djup i sina matematiska kunskaper. Bredden visas genom att eleven mer än väl uppfyller kravgränsen för Väl godkänt. Djupet bedöms genom att läraren särskilt studerar elevens arbete med de uppgifter i provet som är markerade med \boxtimes . Här ska läraren leta efter belägg för att eleven uppvisar sådana kunskapskvaliteter som kan kopplas till betygskriterierna för MVG. Dessa kvaliteter är att eleven

- visar säkerhet i problemlösning och beräkningar
- formulerar och utvecklar problem, använder generella strategier vid problemlösning
- tolkar och analyserar resultat, jämför och värderar olika metoders för- och nackdelar
- använder matematiska resonemang, tar del av andras argument och för diskussionen framåt
- redovisar strukturerat med lämpligt/korrekt matematiskt språk.

För att erhålla probbetyget MVG ska eleverna ha visat prov på flertalet av dessa kvaliteter i sitt arbete med de \boxtimes -märkta uppgifterna samt ha fler vg-poäng än vad som gäller för probbetyget VG. Om någon elev visar MVG-kvaliteter även i arbetet med andra uppgifter än de som är \boxtimes -märkta bör detta tas med i bedömningen.

I de bedömningsanvisningar som medföljer proven redovisas i tabellform vilka MVG-kvaliteter som respektive uppgift erbjuder möjlighet att visa. Här ges ett exempel på hur en sådan tabell kan se ut. Årets tabell kommer att finnas i bedömningsanvisningarna till del B och på PRIM-gruppens hemsida, www.prim-gruppen.se.

MVG-kvalitet	Del		Del C, uppgift		
	A	B2	7	9	10
Visar säkerhet i problemlösning och beräkningar.		○	○	○	
Formulerar och utvecklar problem, använder generella strategier vid problemlösning.	○	○	○		○
Tolkar och analyserar resultat, jämför och värderar olika metoders för- och nackdelar.	○	○			
Använder matematiska resonemang, tar del av andras argument och för diskussionen framåt.	○				○
Redovisar strukturerat med lämpligt/korrekt matematiskt språk.	○	○		○	

Ringarna markerar de MVG-kvaliteter som respektive uppgift ger möjlighet att visa.

I slutet av häftet med bedömningsanvisningarna till del B samt på PRIM-gruppens hemsida, www.prim-gruppen.se kommer det att finnas en form av protokoll (kopieringsunderlag) som kan användas för att sammanställa vilka MVG-kvaliteter den enskilda eleven visat prov på. Ett sådant protokoll skulle kunna se ut som i följande exempel. Plus (+) och minus (–) anger om eleven visat prov på de angivna MVG-kvaliteterna eller inte.

Elevens namn:.....	Del		Del C, uppgift:		
MVG-kvalitet	A	B2	7	9	10
Visar säkerhet i problemlösning och beräkningar.		+	+	+	
Formulerar och utvecklar problem, använder generella strategier vid problemlösning.	+	–	+		–
Tolkar och analyserar resultat, jämför och värderar olika metoders för- och nackdelar.	–	–			
Använder matematiska resonemang, tar del av andras argument och för diskussionen framåt.	–				–
Redovisar strukturerat med lämpligt/korrekt matematiskt språk.	+	+		+	

I exemplet anses eleven ha visat prov på djup i kunskaperna som indikerar MVG eftersom hon/han visat detta på tre av de fem MVG-kvaliteterna.

Information till eleverna

Ge eleverna den elevinformation som finns om respektive del i god tid före delarnas genomförande.

Det är *mycket viktigt* att eleverna får information om hur bedömningen går till (g-poäng, vg-poäng och α -märkta uppgifter) och vad som krävs för respektive provbetyg. Tidigare givna, ej sekretessbelagda, ämnesprov med bedömningsanvisningar finns på PRIM-gruppens hemsida www.prim-gruppen.se. Du bör låta eleverna arbeta med dessa och då framför allt diskutera bedömningen med hjälp av bedömningsanvisningarna, bedömningsmatriserna, MVG-tabellen och de autentiska elevlösningarna.

Anpassning för elever med funktionsnedsättning

Anpassning får göras för elever med funktionsnedsättning och rektor är ansvarig för att anpassning genomförs. En diagnos är inget krav för att anpassning sker vid provsituationen.

Det är viktigt att skolan genomför anpassning så att provet så långt som möjligt prövar de kunskaper och förmågor som ska provas. En funktionsnedsättning kan innebära olika svårigheter för olika elever och det är därför inte möjligt att nationellt ange exakt vad som kan respektive inte kan göras vid anpassning.

Anpassningen börjar i det dagliga arbetet

Det är av stor vikt att elev och vårdnadshavare är delaktiga i hur anpassningar görs och kan göras. Anpassningen ska på så sätt vara känd för eleven vid provtillfället. Lärare bör även värna om att anpassningen inte får negativa konsekvenser för elevens självbild och hur eleven uppfattas av andra elever.

Om läraren i förväg ger eleven möjlighet att öva provsituationer och då uppmuntrar till självständigt arbete, kan det underlätta för eleven vid provtillfället. Läraren och eleven kan även använda tidigare nationella prov i syfte att ge eleven konkreta råd och strategier för olika typer av uppgifter.

Olika möjligheter att anpassa

Behovet av anpassning bedöms med hänsyn tagen till varje elevs funktionsnedsättning. Det kan vara svårt att avgöra vilket sorts stöd och graden av stöd som är lämpligt att ge i en provsituation. Det finns risk att läraren av välvilja leder elevens tankegång i alltför hög grad. Det kan även ske genom kroppsspråk, jakande nickningar och annan tyst kommunikation och detta är inte tillåtet vid genomförande av nationellt prov.

Genomförande i mindre grupp

För elev med funktionsnedsättning, som är i behov av en lugn provmiljö kan skolan organisera så att genomförandet av provet sker enskilt eller i en mindre grupp.

Förlängd provtid

Tiden kan förlängas. I vissa fall kan skrivtiden också fördelas så att eleven får genomföra ett mindre antal uppgifter vid olika tillfällen.

Miniräknare eller inte

I den miniräknarfria delen av provet provas kunskaper som inte kan provas på samma sätt om eleven har tillgång till räknare. Det innebär att eleven inte får använda miniräknare på

den delen. I syfte att stärka elevens självbild kan läraren i efterhand ge eleven ytterligare en möjlighet att med hjälp av räknare lösa samma uppgifter och därefter tillsammans med eleven diskutera hur eleven löst uppgifterna utan respektive med miniräknare. På motsvarande sätt kan läraren hantera annat stödmaterial som eleven vanligtvis använder sig av i undervisningen.

Skrivstöd

Elev med funktionsnedsättning kan ges möjlighet att lösa uppgifterna muntligt och läraren agerar som skrivstöd och skriver ned det som eleven säger. För att fånga elevens redovisning på ett rättvisande sätt kan det också vara bra att spela in den muntliga redovisningen.

Lässtöd

Elev kan också få provet uppläst av läraren eller erbjudas provet inläst på cd. Ord som hör till en kontext som eleven inte är bekant med kan läraren förklara utan att röja uppgiftens matematiska innehåll. För översättning av vissa ord kan lexikon användas. Anpassning kan också innebära att texten kopieras till större teckenstorlek. För elever med synnedsättning finns provet översatt till punktskrift/textview. Det kan beställas från Liber distribution, Tommy Mobrin, tfn 08-690 94 90.

Läs mer här – Skolverket/Prov & bedömning/Anpassning

Sekretess och arkivering

Den provsekretess som gäller för innehållet i ämnesprovet upphör att gälla 30 juni 2018. Fram till detta datum är det mycket viktigt att sekretessen följs. Se flikarna Sekretess och Arkivering under www.skolverket.se>Prov & bedömning>Nationella prov. Detta hindrar inte att läraren både kan visa och diskutera provresultatet med respektive elev om det sker under betryggande former sett till sekretessen. Det viktigaste är att allt material samlas in.

Kommunerna och landstingen är lokalt ansvariga för skolornas arkiveringsrutiner. Arkiveringen av elevlösningar till ämnesprovet hanteras enligt Riksarkivets allmänna råd (RA-FS 2002:2) eller i enlighet med kommunens arkiveringsbestämmelser.

Insamling av provresultat

För att kunna följa upp och utvärdera kvaliteten i svensk skola, för forskning och för utveckling av proven, behövs insamling av provresultat. Insamlingen görs på två sätt.

1. Skolverket gör en *totalinsamling* av samtliga elevers *provbetyg* på det nationella provet. Denna insamling görs av SCB, Statistiska centralbyrån. Information om denna insamling kommer att skickas till skolorna i ett gemensamt brev från Skolverket och SCB.

För mer information se fliken Insamling under www.skolverket.se >Prov & bedömning > Nationella prov. Frågor om insamlingen kan ställas till Beatrice Ciolek Laerum.

E-post: beatrice.ciolek.laerum@skolverket.se

Tfn: 08-527 332 00 (växel)

2. PRIM-gruppen samlar in resultat för ett *urval av elever*, dvs. för elever födda vissa datum, samt lärarnas synpunkter på provet. Insamlingen består av två delar.
 - Den första delen består av en *webbinsamling*. Man kommer till insamlingen via PRIM-gruppens hemsida www.prim-gruppen.se. Insamlingen öppnas den 15 maj och hålls öppen till mitten av juni. Lösenordet är **9prim12**. Resultat på uppgiftsnivå

för elever födda *den 3:e varje månad* ska rapporteras på provet 2012. Vid rapporteringen behöver man ha tillgång till elevernas poäng på varje uppgift i provet. Man behöver också veta vilket betyg eleven har på läsförståelsedelen på det nationella provet i svenska eller svenska som andraspråk. Detta beror på att vi studerar elevernas resultat på matematikuppgifterna i relation till deras läsförståelse. Webbinsamlingen innehåller också en *lärarenkät* som ska fyllas i även om man inte har elever födda på de angivna datumen.

- Den andra delen av PRIM-gruppens insamling består av *insändande av elevlösningar*. För elever födda *den 3:e maj* och *den 3:e oktober* ska bedömda, *kopierade elevlösningar* skickas till

PRIM-gruppen/Äp9
MND
Stockholms universitet
106 91 STOCKHOLM

Resultaten på de nationella proven analyseras av PRIM-gruppen. För den som är intresserad av att ta del av uppföljningsarbetet och de slutsatser som dragits av resultat på tidigare prov finns information på Skolverkets hemsida, www.skolverket.se samt på PRIM-gruppens hemsida www.prim-gruppen.se. Denna information kan vara underlag för diskussioner i ett arbete med utveckling av matematikundervisning.

Utöver detta kan Skolinspektionen på regeringens uppdrag, samla in provunderlag från ett urval skolor för kontrollrättning. Skolinspektionen skickar information till rektor om skolan ingår i urvalet.

Hur vi arbetat med provet

PRIM-gruppen vid Stockholms universitet utarbetar på Skolverkets uppdrag de nationella provmaterialen i matematik för grundskolan. Projektledare är Astrid Pettersson och provansvarig för ämnesprovet för årskurs 9 är Katarina Kjellström. Ansvarig på Skolverket är Marcus Strömbäck Hjärne.

I arbetet med uppgifter, bedömningsanvisningar och diskussioner kring kravnivåerna har yrkesverksamma lärare, lärarutbildare och forskare deltagit. Uppdragsgivaren, Skolverket, har också varit representerad. Omfattande utprövningar har gjorts av olika typer av uppgifter, som bedömts vara relevanta utifrån läroplanens kunskapssyn och kursplanens ämnessyn och mål. Efter ingående analyser av utprövningsresultaten och inhämtande av synpunkter från lärare och elever har vissa delar av utprövningsmaterialen valts ut och satts samman till det ämnesprov som presenteras i denna information.

En viktig del i vårt arbete har varit analyser av de styrdokument som är utgångspunkt för konstruktionen av ämnesproven. Utdrag ur dessa styrdokument finns i bilaga 1–4.

Bilaga 1 är en sammanställning av mål från läroplanen (Lpo 94) och de mer övergripande målen i kursplanen (2000) i matematik. Bilaga 2 visar hur vi har organiserat de mål i kursplanen (2000) som är relaterade till specifika kunskapsområden. Bilaga 3 innehåller betygskriterierna 2000 i matematik för grundskolan. Bilaga 4 är en sammanställning över hur de olika provdelarna i ämnesprovet är relaterade till kursplan och betygskriterier.

Förfrågningar

Upplysningar om provet ges av PRIM-gruppen, Institutionen för matematikämnets och naturvetenskapsämnenas didaktik, Stockholms universitet.

E-post: info@prim-gruppen.se

Fax: 08-618 35 71

Ansvariga personer vid PRIM-gruppen är:

Katarina Kjellström (provansvarig), tfn 08-120 766 13

Inger Ridderlind (provkonstruktör), tfn 08-120 766 15

Margareta Enoksson (provkonstruktör), tfn 08-120 762 38

Yvonne Emond (administratör), tfn 08-120 765 75

Skolverket har huvudansvaret för de nationella ämnesproven, ansvarig för ämnesproven i matematik är Marcus Strömbäck Hjärne.

E-post: marcus.stromback.hjarne@skolverket.se

Tfn: 08-527 332 00 (växel)

Frågor om distribution kan ställas till Tommy Mobrin, Liber Distribution.

E-post: tommy.mobrin@liber.se

Tfn: 08-690 94 90

Del A – muntlig del

Beskrivning av del A

Det muntliga provet genomförs i grupper om 3–4 elever. Avsikten med detta är att det ska bli ett samtal mellan elever och inte ett förhör av läraren. Om läraren bedömer att någon elev mår bättre av att provas enskilt går det naturligtvis bra.

Gruppindelningen ska göras av läraren. I ämnesprovet ska alla elever få möjlighet att visa vad de kan i matematik. När eleverna delas in i grupper är det viktigt att sammansättningen blir den bästa möjliga ur denna aspekt. Hänsyn bör också tas till att eleverna i gruppen fungerar bra tillsammans.

Alla elever ska provas muntligt och provet kan genomföras när som helst under vårterminen (vecka 3–22). Del A provar mål inom kunskapsområdet geometri. Elevmaterialet består av en sida med plangeometriska figurer och en ordlista. Eleverna ska inledningsvis beskriva två figurer och senare beskriva likheter och skillnader mellan de två figurerna. Figurerna är organiserade i tre versioner. Inom varje version är figurerna placerade så att figurerna i par 1 är lättast att beskriva och sedan blir figurerna mer krävande efter hand. Ordlistan är gemensam för alla versionerna. Instruktionerna för genomförande och frågeställningar är desamma för alla tre versionerna.

Organisation

Hur man organiserar genomförandet av det muntliga provet beror mycket på förhållandena i den egna klassen och på skolan. Det är en fördel om lärarna tillsammans, med stöd av skolledningen, kan planera genomförandet. Man har då möjlighet att hjälpa varandra, t.ex. med handledning av övriga elever under den tid kamraterna provas. Samordning kan ske med engelskan där det också finns en muntlig provdel. Det muntliga provet kan göras när som helst under en längre tidsperiod. Det är naturligtvis möjligt att låta alla eleverna på skolan göra det muntliga provet samlat under någon eller några dagar. Provet kan genomföras av elevernas ordinarie lärare eller av någon annan lärare i matematik. Eftersom avsikten är att varje elev ska ges möjlighet att kommunicera matematik muntligt är det bäst om prövningen genomförs i särskild lokal. Möjlighet finns då att spela in samtalen så att läraren kan lyssna på dem efteråt som stöd vid bedömningen.

Förberedelser inför det muntliga delprovet

För att förbereda eleverna på hur de kommer att bli bedömda kan något av de frisläppta ämnesproven (finns på PRIM-gruppens hemsida www.prim-gruppen.se) och dess bedömningsanvisningar diskuteras med eleverna.

En förutsättning för provets genomförande är att läraren är väl insatt i hur uppgifterna ska genomföras och hur de ska bedömas.

- Läs igenom instruktionerna för hur provet ska genomföras och de tre olika versionerna med plangeometriska figurer. Tänk igenom hur dina elever kan tänkas lösa uppgifterna och vilka eventuella följdfrågor som kan vara aktuella.
- Dela ut och gå igenom sidan med "Information till eleverna om del A" (sid. 30). Detta kan göras på en lektion någon dag före genomförandet.

- Dela in eleverna i lämpliga grupper och välj version för respektive grupp. Det är lämpligt att variera version mellan grupperna i samma klass för att förhindra spridning av uppgifterna.
- Kopiera från Elevmaterial – kopieringsunderlag ”Ordlista” (sid. 31) samt en sida med plangeometriska figurer för den version som valts (sid. 32–34).
- Kopiera från Lärarmaterial – kopieringsunderlag ”Genomförande” (sid. 26), ”Uppgifter till elever” (sid. 27) samt en uppgiftsspecifik bedömningsmatris (sid. 28) för varje grupp. På samma sida som matrisen finns MVG-tabellen. Anteckningar om vad eleverna visar under det muntliga delprovet kan antecknas både i matrisen och i MVG-tabellen.
- Boka en lämplig lokal. Eleverna bör sitta runt ett bord så att ett samtal blir naturligt.
- Genomförandet görs på ett likartat sätt för alla versionerna. Läs mer på sid. 26.
- Hjälpmedel: På bordet bör det finnas några pennor som eleverna kan använda vid behov.

Vid utprovningarna av uppgifterna till detta muntliga prov visade det sig att diskussionerna fungerade bäst utan tillgång till linjal, formelblad och miniräknare. *Det är därför inte tillåtet att använda formelblad och linjal på det muntliga provet 2012.* Miniräknare bör dock finnas tillgängligt någonstans i bakgrunden för elever som efterfrågar det.

Bedömning

De senaste åren har bedömningen av muntlig redovisning gjorts med stöd av uppgiftsspecifika bedömningsmatriser. Årets bedömning av muntligt prov går till på samma sätt. De aspekter som ska bedömas är förståelse, språk och delaktighet. Bedömningen avser i vilken grad

- elevens framställning visar att hon/han förstått uppgiften, de begrepp som ingår och sambanden mellan dessa
- eleven använder lämplig matematisk terminologi och ger begripliga beskrivningar
- eleven deltar i diskussionen, kan argumentera för sina idéer och ge respons på andras förklaringar.

Utöver den uppgiftsspecifika bedömningsmatrisen finns kommentarer med beskrivningar och svar till frågeställningarna i de olika versionerna (sid. 18–23). Beskrivningar och svar ska ses som ett servicematerial till läraren och man kan inte förvänta sig att eleverna använder exakt dessa beskrivningar.

Medan eleverna redovisar gör läraren sin bedömning genom att notera i den uppgifts-specifika matrisen och om det är aktuellt även i MVG-tabellen.

Exempel på bedömning av muntliga delen

Bedömningen avser	Kvalitativa nivåer				
	Lägre	→			Högre
Förståelse <i>I vilken grad eleven visar förståelse för uppgiften och motiverar sina slutsatser.</i> <i>I vilken grad eleven använder samband och generaliseringar.</i>	A		P		H
	1/0	2/0	2/1	2/2	☒
Språk <i>Hur klar och tydlig elevens redovisning är.</i> <i>I vilken grad eleven använder relevant matematiskt språk.</i>	A		P	H	
		1/0	1/1		☒
Delaktighet <i>I vilken grad eleven deltar i diskussioner med mate- matiskt grundade idéer.</i>	A		P	H	
	0/0		1/0	1/1	☒

Adrian (**A**): $1/0 + 1/0 + 0/0 = 2/0$

Peter (**P**): $2/1 + 1/1 + 1/0 = 4/2$

Hanna (**H**): $2/2☒ + 1/1 + 1/1 = 4/4☒$

Tabellen nedan beskriver hur MVG-kvaliteter prövas. Till vänster i tabellen anges betygskriterierna för betyget Mycket väl godkänt och till höger anges hur eleven kan visa dessa kvaliteter på det muntliga delprovet.

MVG-kvalitet	visar eleven i den muntliga delen 2012 genom att
Visar säkerhet i problemlösning och beräkningar.	visa säkerhet i resonemang om eller beräkningar av area och omkrets av många olika typer av plangeometrisk figur
Formulerar och utvecklar problem, använder generella strategier vid problemlösning.	
Tolkar och analyserar resultat, jämför och värderar olika metoders för- och nackdelar.	
Använder matematiska resonemang, tar del av andras argument och för diskussionen framåt.	argumentera väl för likheter och skillnader mellan två figurer och visa hög kvalitet i sina matematiska resonemang både vid egna presentationer och då kamraterna presenterar
Redovisar strukturerat med lämpligt/korrekt matematiskt språk.	redovisa välstrukturerat och tydligt med en genomgående relevant matematisk terminologi

Kommentarer till frågorna i uppgift 1, 2 och 3

Matematikinnehåll som prövas

Uppgift 1 prövar elevernas förmåga att beskriva geometriska figurer och använda matematiska ord på ett lämpligt och korrekt sätt. *Uppgift 2* prövar elevernas kunskaper om areabegreppet. *Uppgift 3* prövar elevernas kunskaper om begreppet omkrets.

Kommentarer

Uppgift 1

Vilka figurer har du fått? Beskriv dem så tydligt du kan och använd ord ur ordlistan.

På sid. 20–23 finns matematiska beskrivningar till alla figurer. Man kan inte förvänta sig att eleverna uttrycker sig på detta sätt.

Uppgift 2

Vilken av dina figurer har störst area? Hur vet du det? Hur kan man bestämma arean av figurerna? Kan man göra detta på flera olika sätt?

Vid jämförelsen av areorna kan eleven beräkna arean med någon lämplig metod (se nedan) och jämföra sina resultat. I vissa par går det att jämföra areorna utan beräkning genom att flytta en del av figuren eller bara jämföra den del av figuren som är olik.

Vid bestämning av arean kan man

- utgå från arean av den rektangel som ligger bakom figuren och subtrahera en eller flera trianglareor beroende på vilken figur man beskriver.
- dela upp figuren i mindre delar (rektanglar och trianglar) som man enkelt kan beräkna arean av. Uppdelningen kan i många figurer göras på olika sätt.
- dela upp figuren och flytta delar av denna så att det bildas t.ex. en rektangel som man enkelt kan bestämma arean av.

För många av figurerna finns det en formel som kan användas vid beräkningen. Dessa beräknade areor finns för alla figurer på sid. 20–23. För eleverna är inte dessa exakta beräkningar den bästa metoden och man kan inte förvänta sig att de använder dessa utom för trianglar och rektanglar. Detta beror på att eleverna inte ska ha formelblad på detta delprov och helst inte ska använda miniräknare.

Uppgift 3

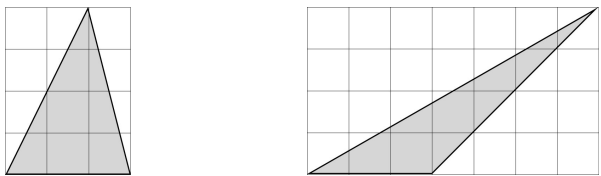
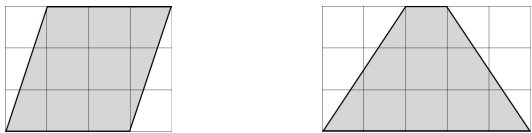
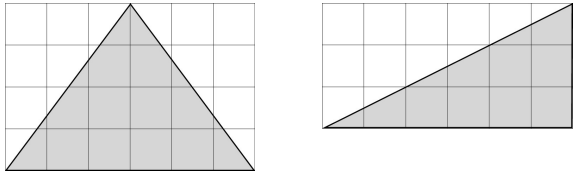
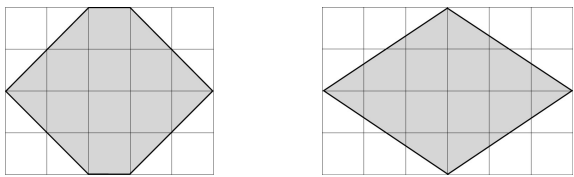
Vilken av figurerna har störst omkrets? Hur kan man avgöra det? Finns det någon figur bland alla tio där man kan bestämma omkretsen exakt uttryckt i hela centimeter? Hur gör man då?

I några par kan eleverna direkt utifrån figurerna resonera sig fram till att den ena har längre omkrets än den andra. T.ex. för par 1 i version 1 kan man se att triangelarna har samma bas men att de två övriga sidorna är längre i triangeln till höger eftersom dessa sidor "lutar" mer.

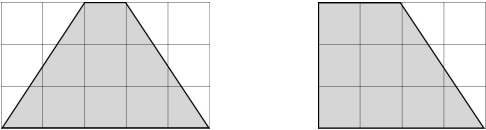
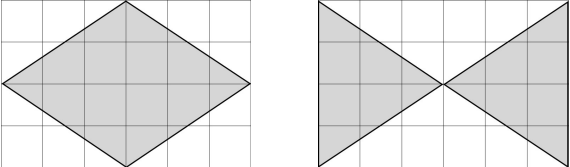
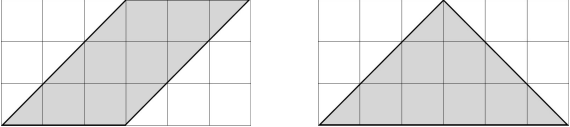
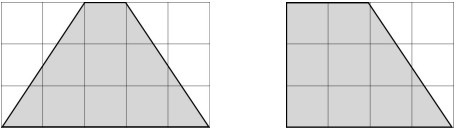
Version 1 par 1	Högra figuren har störst omkrets.
Version 1 par 5	Högra figuren har störst omkrets.
Version 2 par 4/Version 3 par 2	Vänstra figuren har störst omkrets.
Version 2 par 5	Högra figuren har störst omkrets.
Version 3 par 1	Båda figurerna har samma omkrets.

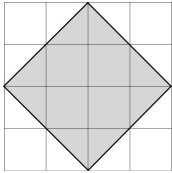
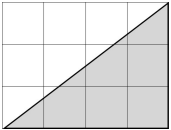
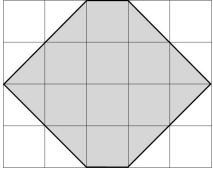
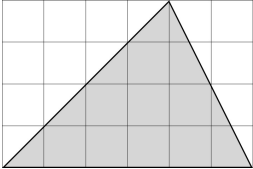
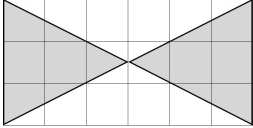
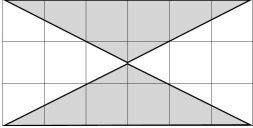
I par 3 på alla versionerna finns det en egyptisk triangel där hypotenusans längd är ett heltal (5 cm). Den kan bestämmas med Pythagoras sats $3^2 + 4^2 = 5^2$. Pythagoras sats går att använda på de flesta figurerna för att beräkna längden exakt på vissa sidor men det är bara för en av figurerna i par 3 som det exakta värdet blir ett heltal.

Beskrivningar och svar till uppgift 1 och 2

Par av figurer	Uppgift 1 – matematiska beskrivningar av figurerna	Uppgift 2 – areor
<i>Version 1</i>		
	<p>Detta är två trianglar. Triangeln till vänster har bara spetsiga vinklar men den till höger har två spetsiga och en trubbig vinkel. Ingen av trianglarna har någon symmetrilinje. Trianglarna har lika lång bas och lika lång höjd.</p>	<p>Båda trianglarna har lika stor area (6 cm^2) eftersom baserna respektive höjderna är lika (3 cm respektive 4 cm).</p> $\frac{3 \cdot 4}{2} = 6$
	<p>Detta är två fyrhörningar. Fyrhörningen till vänster är en parallelogram och den till höger är en parallelltrapets. I parallelogrammen är de motstående sidorna parallella och lika långa. I parallelltrapetsen är bara två av de motstående sidorna parallella medan de två andra sidorna är lika långa. I respektive figur finns det två lika stora spetsiga vinklar och två lika stora trubbiga vinklar. Parallelogrammen har ingen symmetrilinje medan parallelltrapetsen har en symmetrilinje.</p>	<p>Båda fyrhörningarna har lika stor area (9 cm^2). Man kan beräkna arean av parallelogrammen genom att ta basen multiplicerat med höjden ($3 \cdot 3 = 9$) och arean av parallelltrapetsen genom att multiplicera höjden med summan av de två parallella sidorna dividerat med två.</p> $3 \cdot \frac{(1+5)}{2} = 9$
	<p>Detta är två trianglar. Triangeln till vänster är likbent och den till höger är rätvinklig. Den likbenta triangeln har två sidor som är lika långa. Den har bara spetsiga vinklar och två är lika stora. Den rätvinkliga har en rät vinkel och två spetsiga vinklar. Den likbenta triangeln har en symmetrilinje medan den rätvinkliga saknar symmetrilinje.</p>	<p>Den likbenta triangeln har större area (12 cm^2) än den rätvinkliga (9 cm^2).</p> $\frac{6 \cdot 4}{2} = 12 \quad \frac{6 \cdot 3}{2} = 9$
	<p>Den vänstra figuren är en sexhörning och den högra är en fyrhörning. I sexhörningen är motstående sidor parallella och lika långa. Sexhörningen har två räta vinklar och fyra trubbiga vinklar som är lika stora. Sexhörningen har två symmetrilinjer. Fyrhörningen är en romb vilket innebär att alla sidor är lika långa och motstående sidor är parallella. Romben har två lika stora spetsiga vinklar och två lika stora trubbiga vinklar. Den har två symmetrilinjer (diagonalerna) som skär varandra under rät vinkel.</p>	<p>Båda figurerna har lika stor area (12 cm^2). Sexhörningens area kan delas upp i en rektangel (4 cm^2) och två trianglar som är 4 cm^2 vardera. Rombens area kan beräknas som summan av två triangelareor men också beräknas genom att multiplicera de båda diagonalerna och dividera med två.</p> $\frac{6 \cdot 4}{2} = 12$

		<p>Båda figurerna är polygoner sammansatta av två likadana likbenta trianglar. Den vänstra polygonen har sex spetsiga vinklar varav fyra är lika stora. Den högra polygonen har fyra spetsiga vinklar som är lika stora och två trubbiga vinklar. I respektive figur finns det två vertikalkvadrater som därför är lika stora. Båda polygonerna har två symmetrilinjer.</p>	<p>Båda figurerna har lika stor area (9 cm²). Båda figurernas areor består av två trianglareor som har arean 4,5 cm².</p> $\frac{3 \cdot 3}{2} = \frac{6 \cdot 1,5}{2} = 4,5$
<p><i>Version 2</i></p>			
		<p>Detta är två trianglar. Triangeln till vänster har tre olika stora spetsiga vinklar och den till höger har två spetsiga och en trubbig vinkel. Ingen av trianglarna har någon symmetrilinje.</p>	<p>Båda trianglarna har lika stor area (6 cm²).</p> $\frac{3 \cdot 4}{2} = \frac{6 \cdot 2}{2} = 6$
		<p>Den vänstra figuren är en femhörning och den högra är en parallelogram. Femhörningen har tre trubbiga vinklar varav två är lika stora och två spetsiga vinklar som är lika stora. I femhörningen finns fyra sidor som parvis är lika långa. Femhörningen har en symmetrilinje. I parallelogrammen är de motstående sidorna parallella och lika långa. Parallelogrammen har två trubbiga vinklar som är lika stora och två spetsiga vinklar som är lika stora. Parallelogrammen har ingen symmetrilinje.</p>	<p>Femhörningens area (14 cm²) är större än parallelogrammens area (12 cm²). Femhörningens area kan delas upp i en större triangel (6 cm²), en kvadrat (4 cm²) och två små trianglar (2 cm² vardera). Parallelogrammens area kan beräknas som basen multiplicerat med höjden.</p> $3 \cdot 4 = 12$
		<p>Den vänstra figuren är en sexhörning och den högra är en likbent triangel. I sexhörningen är motstående sidor parallella och lika långa. Sexhörningen har två räta vinklar och fyra trubbiga vinklar som är lika stora. Sexhörningen har två symmetrilinjer. Den likbenta triangeln har två sidor som är lika långa. Den har bara spetsiga vinklar och två är lika stora. Den likbenta triangeln har en symmetrilinje.</p>	<p>Båda figurerna har lika stor area (12 cm²). Sexhörningens area kan delas upp i en rektangel (4 cm²) och två trianglar som är 4 cm² vardera. Triangelns area beräknas som basen multiplicerat med höjden dividerat med två.</p> $\frac{6 \cdot 4}{2} = 12$

	<p>Detta är två parallelltrapetser. Parallelltrapetsen har två motstående sidor som är parallella. Den vänstra parallelltrapetsen har två trubbiga vinklar som är lika stora och två spetsiga vinklar som är lika stora. Två av sidorna är lika långa. Den vänstra parallelltrapetsen har en symmetrilinje. Den högra parallelltrapetsen har två räta vinklar, en trubbig och en spetsig vinkel. Den har ingen symmetrilinje.</p>	<p>Båda figurerna har lika stor area (9 cm^2). Arealen av en parallelltrapets kan beräknas genom att multiplicera höjden med summan av de två parallella sidorna dividerat med två.</p> $3 \cdot \frac{(1+5)}{2} = 3 \cdot \frac{(2+4)}{2} = 9$
	<p>Den vänstra figuren är en fyrhörning och den högra är en polygon som är sammansatt av två likadana likbenta trianglar. Fyrhörningen är en romb. I en romb är alla sidor lika långa och motstående sidor är parallella. Romben har två spetsiga vinklar och två trubbiga vinklar. Det finns två symmetrilinjer (diagonalerna) som skär varandra under rät vinkel. Polygonen till höger har sex spetsiga vinklar varav fyra är lika stora. I figuren finns det två vertikalkvinklar som därför är lika stora. Den har två symmetrilinjer.</p>	<p>Båda figurerna har lika stor area (12 cm^2). Rombens area kan delas upp i två likbenta trianglar som är lika stora som trianglarna i polygonen. Rombens area kan också beräknas genom att multiplicera de båda diagonalerna och dividera med två.</p> $\frac{6 \cdot 4}{2} = 12$ <p>Polygonens area beräknas som summan av de två triangelareorna.</p> $2 \cdot \frac{4 \cdot 3}{2} = 12$
<p><i>Version 3</i></p>		
	<p>Till vänster finns en parallelogram och till höger en likbent rätvinklig triangel. I parallelogrammen är de motstående sidorna parallella och lika långa. Parallelogrammen har två lika stora trubbiga vinklar och två lika stora spetsiga vinklar. Parallelogrammen har ingen symmetrilinje. Den likbenta triangeln har två lika långa sidor, en rät vinkel och två lika stora spetsiga vinklar. Den likbenta triangeln har en symmetrilinje.</p>	<p>Båda figurerna har lika stor area (9 cm^2). Man kan beräkna arean av parallelogrammen genom att multiplicera basen med höjden ($3 \cdot 3 = 9$) och triangelns area är</p> $\frac{6 \cdot 3}{2} = 9$
	<p>Detta är två parallelltrapetser. Parallelltrapetsen har två motstående sidor som är parallella. Den vänstra parallelltrapetsen har två trubbiga vinklar som är lika stora och två spetsiga vinklar som är lika stora. Två av sidorna är lika långa. Den vänstra parallelltrapetsen har en symmetrilinje. Den högra parallelltrapetsen har två räta vinklar, en trubbig och en spetsig vinkel. Den har ingen symmetrilinje.</p>	<p>Båda figurerna har lika stor area (9 cm^2). Arealen av en parallelltrapets kan beräknas genom att multiplicera höjden med summan av de två parallella sidorna dividerat med två.</p> $3 \cdot \frac{(1+5)}{2} = 3 \cdot \frac{(2+4)}{2} = 9$

 	<p>Till vänster finns en regelbunden fyrhörning och till höger en rätvinklig triangel. Fyrhörningen är en romb som även är en kvadrat. I en kvadrat är alla vinklar räta, alla sidor lika långa och motstående sidor är parallella. Kvadraten har fyra symmetrilinjer som skär varandra parvis i en rät vinkel. Den rätvinkliga triangeln har en rät vinkel och två spetsiga vinklar och den saknar symmetrilinje.</p>	<p>Kvadratens area (8 cm^2) är större än triangelns area (6 cm^2). Den inskrivna kvadratens area är hälften av den omskrivna kvadratens area dvs.</p> $\frac{(4 \cdot 4)}{2} = 4$ <p>Alternativt kan arean beräknas som sidan multiplicerat med sidan där sidans längd beräknas med Pythagoras sats.</p> $\sqrt{2^2 + 2^2} \cdot \sqrt{2^2 + 2^2} = 8$ <p>Triangelns area är $\frac{4 \cdot 3}{2} = 6$</p>
 	<p>Den vänstra figuren är en sexhörning och den högra är en triangel. I sexhörningen är motstående sidor parallella och lika långa. Sexhörningen har två räta vinklar och fyra trubbiga vinklar som är lika stora. Sexhörningen har två symmetrilinjer. Triangeln har tre spetsiga vinklar som är olika stora och ingen symmetrilinje.</p>	<p>Båda figurerna har lika stor area (12 cm^2). Sexhörningens area kan delas upp i en rektangel (4 cm^2) och två trianglar som är 4 cm^2 vardera.</p> <p>Triangelns area är $\frac{6 \cdot 4}{2} = 12$</p>
 	<p>Båda figurerna är polygoner sammansatta av två likadana likbenta trianglar. Den vänstra polygonen har sex spetsiga vinklar varav fyra är lika stora. Den högra polygonen har fyra spetsiga vinklar som är lika stora och två trubbiga vinklar. I respektive figur finns det två vertikalkvinklar som därför är lika stora. Båda polygonerna har två symmetrilinjer.</p>	<p>Båda figurerna har lika stor area (9 cm^2). Båda figurernas areor består av två triangelareor som har arean $4,5 \text{ cm}^2$.</p> $\frac{3 \cdot 3}{2} = \frac{6 \cdot 1,5}{2} = 4,5$

Lärarmaterial – kopieringsunderlag

Genomförande

Genomförandet görs på ett likartat sätt för alla versionerna. Under det muntliga provet ska eleverna arbeta med 3 olika uppgifter. Uppgift 1 och uppgift 2 ska eleverna besvara enskilt medan uppgift 3 är en diskussionsuppgift. De plangeometrisk figurerna är fördelade på tre olika versioner. På alla tre versionerna har eleverna möjlighet att visa alla betygsnivåer. Inom en klass/skola är det lämpligt att använda alla versioner för att minska risken att innehållet sprids. Inom varje version är figurerna placerade så att det första paret är det som är enklast att beskriva och i par tre finns möjlighet att använda Pythagoras sats för att bestämma en exakt omkrets i hela cm.

När gruppen kommit på plats delas ordlistan och den valda versionen ut till alla elever i gruppen. Påpeka för eleverna att de inte får använda linjal men att den lilla kvadraten i alla figurer är en kvadratcentimeter. Fördela sedan figurerna så att varje elev får ansvar för ett par av figurer. Tala om för eleverna att de ska beskriva båda sina figurer. I beskrivningarna ska de försöka att använda ord från ordlistan. Låt eleverna studera ordlistan och figurerna någon minut.

Börja med uppgift 1 och bestäm vilken elev som ska redovisa först. Den elev som redovisar får tala färdigt och sedan kan övriga elever komplettera om behov finns. Fortsätt med nästa elev osv. tills alla elever har redovisat uppgift 1. Minst ett par av figurer blir över och dessa figurer kan man använda för att lyfta diskussionen om tid finns. Fortsätt sedan ett varv till med uppgift 2 och låt eleverna först redovisa enskilt och övergå därefter till en gemensam diskussion. Uppgift 3 består enbart av gemensamma diskussionsuppgifter.

Uppgifter till elever

Uppgift 1

Frågor till enskilda elever

- Vilka figurer har du fått?
- Beskriv dem så tydligt du kan och använd gärna orden i ordlistan.

Stödfrågor om eleverna inte kommer igång eller inte förstår uppgiften

Kan du säga något om sidorna, hörnen, vinklarna? Vad skulle du kalla den där figuren?
Hur vet du det?

Uppgift 2

När alla elever i gruppen gjort sina beskrivningar i uppgift 1 får de i uppgift att jämföra areorna hos sina figurer. Även nu får de någon minut på sig att fundera själva.

Frågor till enskilda elever

- Vilken av dina figurer har störst area? Hur vet du det?

Diskussionsfrågor i anslutning till areauppgifterna

- Hur kan man bestämma arean av figurerna? Kan man göra detta på flera olika sätt? Hur?

Uppgift 3

Övergå till jämförelse av figurernas omkrets. I version 1 ska ni jämföra figurerna i par 1 och sedan figurerna i par 5. I version 2 ska ni jämföra figurerna i par 4 och sedan figurerna i par 5. I version 3 ska ni jämföra figurerna i par 1 och sedan figurerna i par 2.

Diskussionsfrågor om figurernas omkrets

- Vilken av figurerna har störst omkrets? Hur kan man avgöra det?
- Finns det någon figur bland alla tio där man kan bestämma omkretsen exakt uttryckt i hela cm? Hur gör man då? (Om gruppen inte ger några svar så be dem titta speciellt på par 3.)

Uppgiftsspecifik bedömningsmatris

Bedömningen avser	Kvalitativa nivåer			
	Lägre			Högre
Förståelse <i>I vilken grad eleven visar förståelse för uppgiften och motiverar sina slutsatser.</i> <i>I vilken grad eleven använder samband och generaliseringar.</i>	Beskriver något om de geometriska figurerna och visar förståelse för begreppet area t.ex. genom att jämföra och bestämma arean godtagbart för något par. Beskriver de flesta av figurernas egenskaper.		Visar god förståelse för begreppen omkrets och area t.ex. genom att förklara hur man ser att arean/omkretsen är lika/olika för de olika figurerna.	Visar mycket god förståelse för både begreppet omkrets och area genom att t.ex. ge förslag på hur arean kan bestämmas på olika sätt för flera figurer och/eller bestämma omkretsen exakt för någon figur med stöd av Pythagoras sats.
	1/0	2/0	2/1	2/2
Språk <i>Hur klar och tydlig elevens redovisning är.</i> <i>I vilken grad eleven använder relevant matematiskt språk.</i>	Väljer enstaka ord ur ordlistan och använder dem godtagbart vid beskrivningen av sina figurer. Redovisningen är begriplig och möjlig att följa.		1/0	
			1/1	
Delaktighet <i>I vilken grad eleven deltar i diskussioner med matematiskt grundade idéer.</i>	Redogör endast för sina egna geometriska figurer.		Bidrar med egna idéer och förklaringar vid andra elevers redovisningar eller vid gemensamma diskussioner.	Tar del av andras argument och för diskussionen framåt.
	0/0		1/0	1/1

<i>MVG-kvalitet</i>	<i>visar eleven i den muntliga delen 2012 genom att</i>
Visar säkerhet i problemlösning och beräkningar.	visa säkerhet i resonemang om eller beräkningar av area och omkrets av många olika typer av plangeometriska figurer
Formulerar och utvecklar problem, använder generella strategier vid problemlösning.	
Tolkar och analyserar resultat, jämför och värderar olika metoders för- och nackdelar.	
Använder matematiska resonemang, tar del av andras argument och för diskussionen framåt.	argumentera väl för likheter och skillnader mellan två figurer och visa hög kvalitet i sina matematiska resonemang både vid egna presentationer och då kamraterna presenterar
Redovisar strukturerat med lämpligt/korrekt matematiskt språk.	redovisa välstrukturerat och tydligt med en genomgående relevant matematisk terminologi

Elevmaterial – kopieringsunderlag

Information till eleverna om del A

Detta är en beskrivning av den muntliga delen som ingår i det nationella provet. Del A genomförs i grupper om 3–4 elever som sitter tillsammans med läraren runt ett bord.

- Var och en av er får ett papper med några geometriska figurer. Du får under någon minut titta på och tänka igenom dessa. Din lärare talar om i vilken ordning ni ska redovisa.
- Var och en redovisar några uppgifter för de andra i gruppen. Efter varje redovisning kan kamraterna ställa frågor, göra tillägg och argumentera för eller emot.
- När alla redovisat sina uppgifter diskuterar ni i gruppen några frågor gemensamt.
- Dina insatser under den muntliga delen bedöms ur tre aspekter:

Förståelse

I vilken grad du visar förståelse för uppgiften, de begrepp som ingår och sambanden mellan dessa.

Språk

Hur klar och tydlig din redovisning är och hur väl du använder det matematiska språket.

Delaktighet

I vilken grad du deltar i diskussionen, kan argumentera för dina tankar och idéer och ge respons på andras förklaringar.

Tänk på att du har möjlighet att visa vad du kan vid din egen redovisning, i diskussionen efter kamraternas redovisningar och i den avslutande diskussionen. Dina insatser vid del A sammanställs och ger ett antal g- och vg-poäng. Du kan även visa de MVG-kvaliteter som finns i MVG-tabellen (se tidigare prov och bedömningsanvisningar www.prim-gruppen.se). Resultatet på den muntliga delen räknas samman med resultaten på del B och del C.

Ordlista

Polygon

Månghörning

Sexhörning

Femhörning

Fyrhörning

Rektangel

Kvadrat

Romb

Parallelogram

Parallelltrapets

Triangel

Regelbunden

Sida

Parallella

Motstående

Vinkel

Rät vinkel

Spetsig vinkel

Trubbig vinkel

Likbent

Liksidig

Rätvinklig

Vertikalvinklar

Diagonal

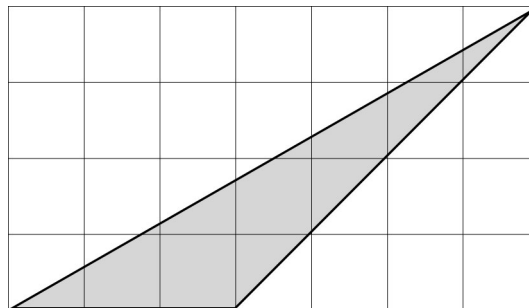
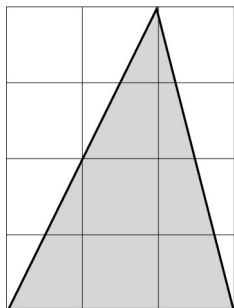
Symmetrilinje

Version 1

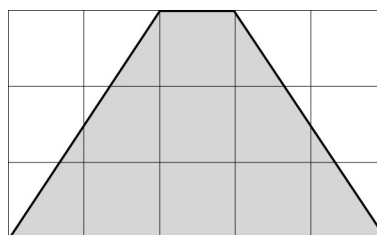
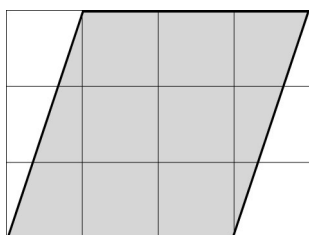


1 cm²

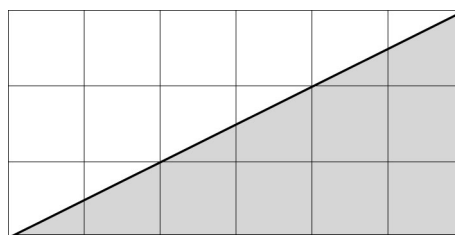
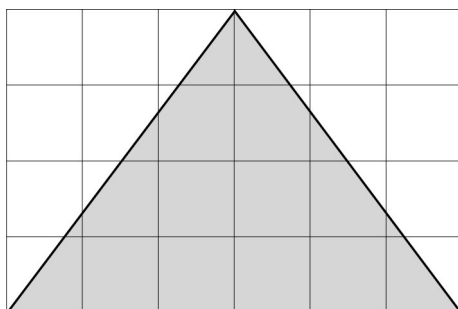
Par nr 1



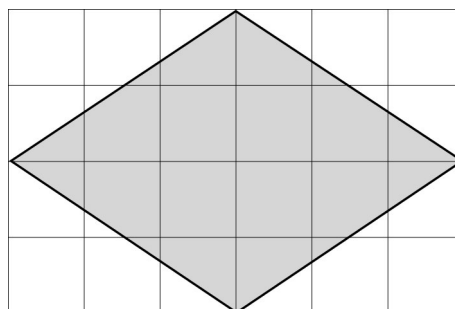
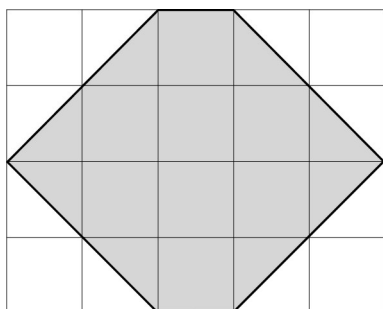
Par nr 2



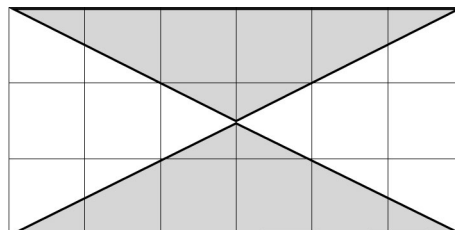
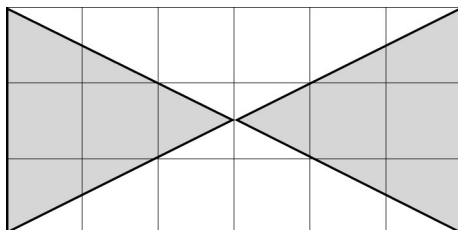
Par nr 3



Par nr 4



Par nr 5

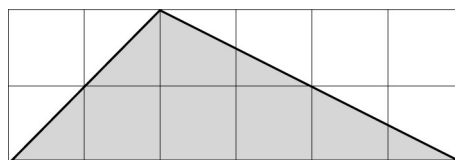
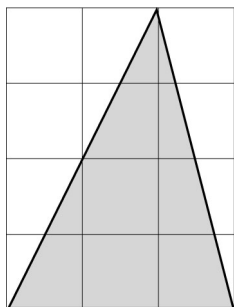


Version 2

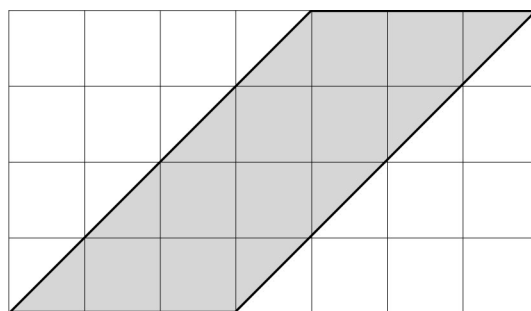
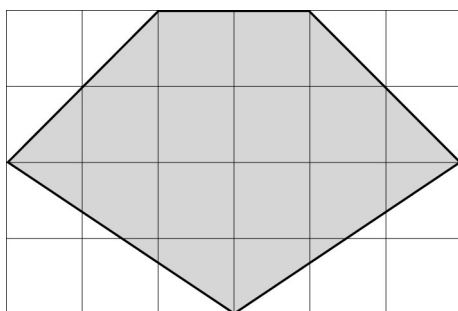


1 cm²

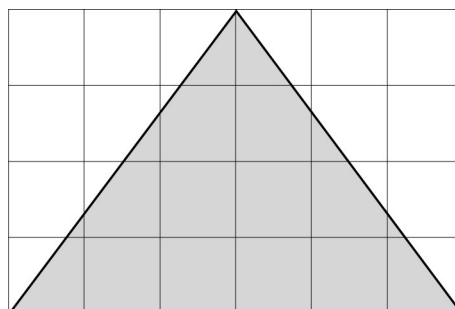
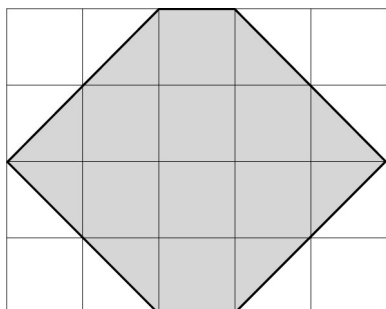
Par nr 1



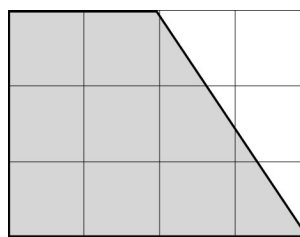
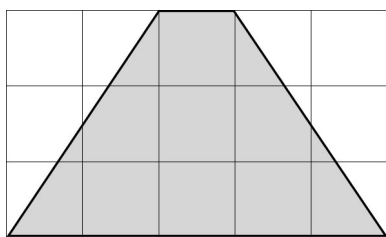
Par nr 2



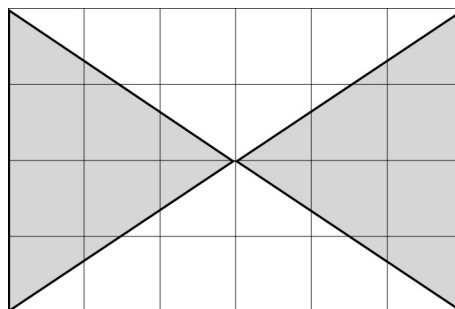
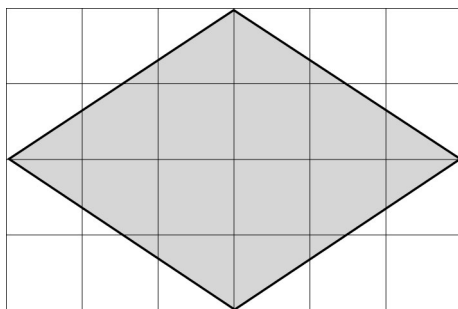
Par nr 3



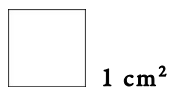
Par nr 4



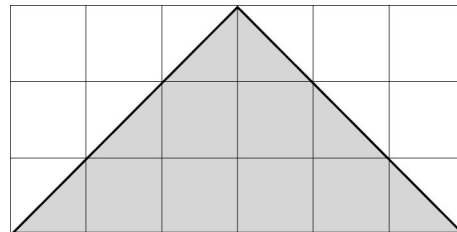
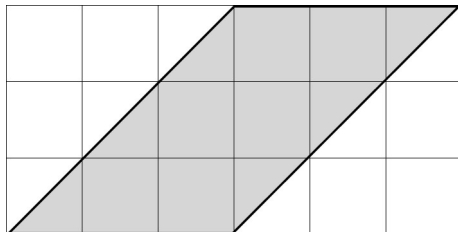
Par nr 5



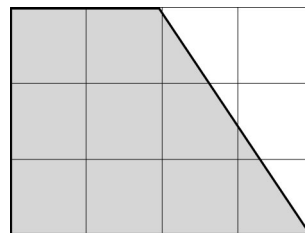
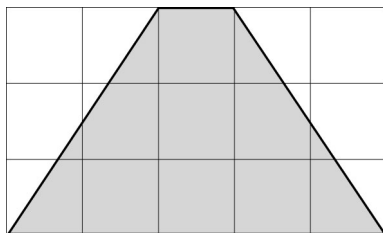
Version 3



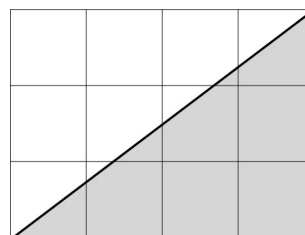
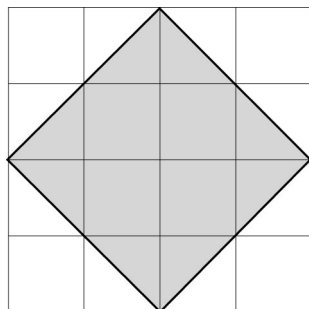
Par nr 1



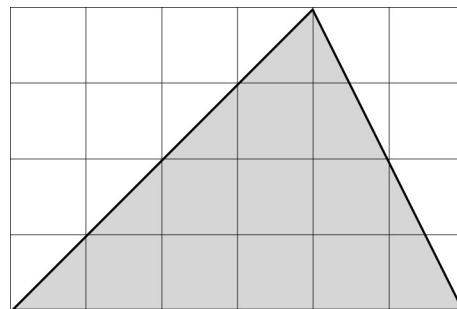
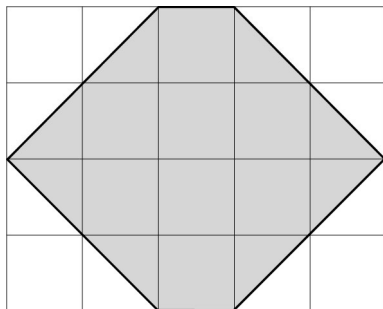
Par nr 2



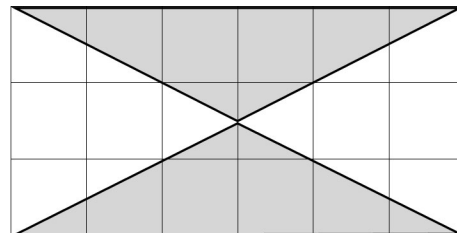
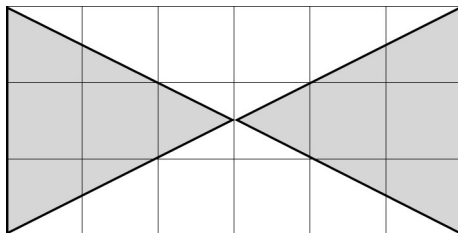
Par nr 3



Par nr 4



Par nr 5



Utdrag ur läroplanen och kursplanens övergripande mål

Läroplanen för grundskolan (Lpo 94)

Skolan skall sträva efter att varje elev lär sig att använda sina kunskaper som redskap för att

- formulera och pröva antaganden och lösa problem,
- kritiskt granska och värdera påståenden och förhållanden.

Skolan ansvarar för att varje elev efter genomgången grundskola

- behärskar grundläggande matematiskt tänkande och kan tillämpa det i vardagslivet.

Kursplanen i matematik

Grundskolan har till uppgift att hos eleven utveckla sådana kunskaper i matematik som behövs för att fatta välgrundade beslut i vardagslivets många valsituationer, för att kunna tolka och använda det ökande flödet av information och för att kunna följa och delta i beslutsprocesser i samhället. Utbildningen skall ge en god grund för studier i andra ämnen, fortsatt utbildning och ett livslångt lärande. ... Utbildningen i matematik skall ge eleven möjlighet att utöva och kommunicera matematik i meningsfulla och relevanta situationer i ett aktivt och öppet sökande efter förståelse, nya insikter och lösningar på olika problem.

Mål att sträva mot

Skolan skall i sin undervisning i matematik sträva efter att eleven

- S11 – utvecklar intresse för matematik samt tilltro till det egna tänkandet och den egna förmågan att lära sig matematik och att använda matematik i olika situationer,
- S12 – inser att matematiken har spelat och spelar en viktig roll i olika kulturer och verksamheter och får kännedom om historiska sammanhang där viktiga begrepp och metoder inom matematiken utvecklats och använts,
- S13 – inser värdet av och använder matematikens uttrycksformer,
- S14 – utvecklar sin förmåga att förstå, föra och använda logiska resonemang, dra slutsatser och generalisera samt muntligt och skriftligt förklara och argumentera för sitt tänkande,
- S15 – utvecklar sin förmåga att formulera, gestalta och lösa problem med hjälp av matematik, samt tolka, jämföra och värdera lösningarna i förhållande till den ursprungliga problemsituationen,
- S16 – utvecklar sin förmåga att använda enkla matematiska modeller samt kritiskt granska modellernas förutsättningar, begränsningar och användning,
- S17 – utvecklar sin förmåga att utnyttja miniräknarens och datorns möjligheter.

Eleven skall

- U51 – ha förvärvat sådana grundläggande kunskaper i matematik som behövs för att kunna beskriva och hantera situationer och lösa konkreta problem i elevens närmiljö.
- U91 – ha förvärvat sådana kunskaper i matematik som behövs för att kunna beskriva och hantera situationer samt lösa problem som vanligen förekommer i hem och samhälle och som behövs som grund i fortsatt utbildning.

Mål i kursplanen relaterade till kunskapsområden

	Mål att uppnå År 5	Mål att uppnå År 9	Mål att sträva mot
Taluppfattning	<p>U52 ha en grundläggande taluppfattning som omfattar naturliga tal och enkla tal i bråk- och decimalform</p> <p>U53 förstå och kunna använda addition, subtraktion, multiplikation och division samt kunna upptäcka talmönster och bestämma obekanta tal i enkla formler</p> <p>U54 kunna räkna med naturliga tal i huvudet, med hjälp av skriftliga räknemetoder och med miniräknare</p>	<p>U92 ha utvecklat sin taluppfattning till att omfatta hela tal och rationella tal i bråk- och decimalform</p> <p>U93 ha goda färdigheter i och kunna använda överslagsräkning och räkning med naturliga tal och tal i decimalform samt procent och proportionalitet i huvudet, med hjälp av skriftliga räknemetoder och med tekniska hjälpmedel</p>	<p>S21 förmåga att förstå och använda grundläggande talbegrepp och räkning med reella tal, närmvärden, proportionalitet och procent</p>
Mätning, rumsuppfattning och geometriska samband	<p>U55 ha en grundläggande rumsuppfattning och kunna känna igen och beskriva några viktiga egenskaper hos geometriska figurer och mönster</p> <p>U56 kunna jämföra, uppskatta och mäta längder, areor, volymer, vinklar, massor och tider samt kunna använda ritningar och kartor</p>	<p>U94 kunna använda metoder, mått-system och mätinstrument för att jämföra, uppskatta och bestämma längder, areor, volymer, vinklar, massor, tidpunkter och tidsskillnader</p> <p>U95 kunna avbilda och beskriva viktiga egenskaper hos vanliga geometriska objekt samt kunna tolka och använda ritningar och kartor</p>	<p>S22 förmåga att förstå och använda olika metoder, måttssystem och mätinstrument för att jämföra, uppskatta och bestämma storleken av viktiga storheter</p> <p>S23 förmåga att förstå och använda grundläggande geometriska begrepp, egenskaper, relationer och satser</p>
Statistik och sannolikhetslära	<p>U57 kunna avläsa och tolka data givna i tabeller och diagram samt kunna använda elementära lägesmått</p>	<p>U96 kunna tolka, sammanställa, analysera och värdera data i tabeller och diagram</p> <p>U97 kunna använda begreppet sannolikhet i enkla slump-situationer</p>	<p>S24 förmåga att förstå och använda grundläggande statistiska begrepp och metoder för att samla in och hantera data och för att beskriva och jämföra viktiga egenskaper hos statistisk information</p> <p>S27 förmåga att förstå och använda sannolikhetstänkande i konkreta slump-situationer</p>
Mönster och samband		<p>U98 kunna tolka och använda enkla formler, lösa enkla ekvationer, samt kunna tolka och använda grafer till funktioner som beskriver verkliga förhållanden och händelser</p>	<p>S25 förmåga att förstå och använda grundläggande algebraiska begrepp, uttryck, formler, ekvationer och olikheter</p> <p>S26 förmåga att förstå och använda egenskaper hos några olika funktioner och motsvarande grafer</p>

Betyg och bedömning

Allmänna råd för bedömningens inriktning

Bedömningen av elevens kunskande i ämnet matematik gäller följande kvaliteter:

- B1** *Förmågan att använda, utveckla och uttrycka kunskaper i matematik*
Bedömningen avser elevens förmåga att använda och utveckla sitt matematiska kunskande för att tolka och hantera olika slag av uppgifter och situationer som förekommer i skola och samhälle, till exempel förmågan att upptäcka mönster och samband, föreslå lösningar, göra överslag, reflektera över och tolka sina resultat samt bedöma deras rimlighet. Själständighet och kreativitet är viktiga bedömningsgrunder liksom klarhet, noggrannhet och färdighet.
En viktig aspekt av kunskandet är elevens förmåga att uttrycka sina tankar muntligt och skriftligt med hjälp av det matematiska symbolspråket och med stöd av konkret material och bilder.
- B2** *Förmågan att följa, förstå och pröva matematiska resonemang*
Bedömningen avser elevens förmåga att ta del av och använda information i såväl muntlig som skriftlig form, till exempel förmågan att lyssna till, följa och pröva andras förklaringar och argument. Vidare uppmärksammas elevens förmåga att självständigt och kritiskt ta ställning till matematiskt grundade beskrivningar och lösningar på problem som förekommer i olika sammanhang i skola och samhälle.
- B3** *Förmågan att reflektera över matematikens betydelse för kultur- och samhällsliv*
Bedömningen avser elevens insikter i och känsla för matematikens värde och begränsningar som verktyg och hjälpmedel i andra skolämnen, i vardagsliv och samhällsliv och vid kommunikation mellan människor. Den avser också elevens kunskaper om matematikens betydelse i ett historiskt perspektiv.

Kriterier för betyget Väl godkänt

- V1** Eleven använder matematiska begrepp och metoder för att formulera och lösa problem.
V2 Eleven följer och förstår matematiska resonemang.
V3 Eleven gör matematiska tolkningar av vardagliga händelser eller situationer samt genomför och redovisar med logiska resonemang sitt arbete såväl muntligt som skriftligt.
V4 Eleven använder ord, bilder och matematiska konventioner på ett sådant sätt att det är möjligt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck.
V5 Eleven visar säkerhet i sitt problemlösningsarbete och använder olika metoder och tillvägagångssätt.
V6 Eleven kan skilja gissningar och antaganden från det vi vet eller har möjlighet att kontrollera.
V7 Eleven ger exempel på hur matematiken utvecklats och använts genom historien och vilken betydelse den har i vår tid inom några olika områden.

Kriterier för betyget Mycket väl godkänt

- M1** Eleven formulerar och löser olika typer av problem samt jämför och värderar olika metoders för- och nackdelar.
M2 Eleven visar säkerhet i sina beräkningar och sitt problemlösningsarbete samt väljer och anpassar räknemetoder och hjälpmedel till den aktuella problemsituationen.
M3 Eleven utvecklar problemställningar och använder generella strategier vid uppgifternas planering och genomförande samt analyserar och redovisar strukturerat med korrekt matematiskt språk.
M4 Eleven tar del av andras argument och framför utifrån dessa egna matematiskt grundade idéer.
M5 Eleven reflekterar över matematikens betydelse för kultur- och samhällsliv.

Provdelarnas innehåll relaterat till kursplan och betygskriterier

För förkortningarna U91, S13, B1 osv. hänvisas till bilaga 1, 2 och 3.

Del A – muntlig kommunikation

Bedömningen avser elevens förmåga att ta del av och använda information samt förmågan att lyssna till, följa och pröva andras förklaringar och argument. Den avser också elevens förmåga att uttrycka sina tankar muntligt samt reflektera över och tolka sina resultat.

Mål att uppnå: U94, U95

Mål att sträva mot: S13, S14, S22, S23

Bedömningens inriktning: B1, B2

Betygskriterier för Väl godkänt: V1–V6

Betygskriterier för Mycket väl godkänt: M1–M4

Del B – tal- och symboluppfattning och problemlösning

Bedömningen avser elevens taluppfattning och grundläggande färdigheter i matematik. Den avser också elevens förmåga att ställa upp och lösa problem samt reflektera över och tolka sina resultat samt bedöma deras rimlighet. Den avser också elevens förmåga att uttrycka sina tankar skriftligt, dra slutsatser och generalisera.

Mål att uppnå: U91–U98

Mål att sträva mot: S13–S17, S21–S27

Bedömningens inriktning: B1, B2

Betygskriterier för Väl godkänt: V1–V6

Betygskriterier för Mycket väl godkänt: M1– M3

Del C – problemlösning

Bedömningen avser elevens förmåga att ställa upp och lösa problem samt reflektera över och tolka sina resultat samt bedöma deras rimlighet. Den avser också elevens förmåga att uttrycka sina tankar skriftligt.

Mål att uppnå: U91–U98

Mål att sträva mot: S13–S17, S21–S27

Bedömningens inriktning: B1, B2

Betygskriterier för Väl godkänt: V1–V6

Betygskriterier för Mycket väl godkänt: M1–M3

