

*Skolverket*

Nationellt kursprov i

# MATEMATIK

Kurs A

---

Våren 2003

## Bedömningsanvisningar

# Innehåll

Inledning.....	3
Bedömningsanvisningar.....	3
Allmänna bedömningsanvisningar.....	3
Bedömningsanvisningar Del I.....	4
Bedömningsanvisningar Del II.....	5
Bedömningsanvisningar uppgift 11 (Max 4/7) $\pi$ .....	13
Kravgränser.....	24
Provsammanställning.....	25

## Bilagor

1. Generell bedömningsmatris.....	27
2. Mål att sträva mot i ämnet matematik enligt kursplan Gy2000.....	28
3. Mål som eleverna ska ha uppnått efter avslutad kurs A i matematik enligt kursplan Gy2000.....	29
4. Betygskriterier för ämnet matematik enligt kursplan Gy2000.....	30

## Inledning

Skolverket har uppdragit åt PRIM-gruppen vid Lärarhögskolan i Stockholm att ansvara för konstruktion och resultatanalys av nationella kursprov i matematik kurs A för den gymnasiala utbildningen.

Vårens A-kursprov består av två delar som ska genomföras på totalt 180 minuter.

Kravgränser för Godkänd, Väl godkänd och Mycket väl godkänd ges för kursprovet som helhet.

## Bedömningsanvisningar

Bedömningen ska göras med olika kvalitativa poäng, g- och vg-poäng. Vi har bedömt uppgiftens innehåll och elevlösningarnas kvalitet utifrån kursplanen och betygskriterierna. De olika uppgifterna har kategoriserats och olika lösningar till dessa har analyserats. Sedan har svaret, lösningen eller dellösningen poängsatts med g-poäng och/eller vg-poäng.

För Del I gäller att korrekt svar bedöms med 1 g-poäng eller 1 vg-poäng.

För Del II innebär t ex beteckningen (2/1) att elevens lösning högst kan ge 2 g-poäng och 1 vg-poäng. Uppgift 11 ska aspektbedömas med stöd av en matris.

Några uppgifter i provet är markerade med en  $\alpha$ . På dessa uppgifter kan eleven visa MVG-kvaliteter. Det kan t ex innebära att eleven använder generella metoder, modeller och resonemang, att eleven analyserar sina resultat och redovisar en klar tankegång med korrekt matematiskt språk.

## Allmänna bedömningsanvisningar

### *Positiv bedömning*

Uppgifterna ska bedömas med högst det antal poäng som anges i bedömningsanvisningarna. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningens förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister. Det går då att ge delpoäng för en lösning som visar att en elev kommit en bit på väg.

### *Uppgifter där endast svar fordras*

Uppgifter av kortsvarstyp där endast svar fordras ger 1 poäng. Exempel på godtagbara svar ges i bedömningsanvisningarna. Endast svaret beaktas.

### *Uppgifter där fullständig redovisning fordras*

Enbart svar utan motiveringar ger inga poäng. För full poäng krävs korrekt redovisning med godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången lätt kan följas. Korrekt metod eller förklaring till hur uppgiften kan lösas ska ge delpoäng även om det därefter följer en felaktighet t ex räknefel. Om eleven också slutför uppgiften korrekt ger det fler poäng.

### *Aspektbedömning med stöd av matris*

Erfarenheter och diskussioner med lärare har givit nedanstående förslag till arbetsgång då matrisen används.

- Bedömningen underlättas om läraren är väl insatt i bedömningsanvisningarna. En modell som användes på många skolor var att de lärare som hade elever som deltog i A-kursprovet träffades och diskuterade de bedömningar som gjorts på de autentiska elevarbetena.

- Innan man poängsätter med stöd av matrisen läser man igenom elevarbetena och sorterar dem i tre–fyra högar efter olika kvalitet.
- Det kan underlätta poängsättningen om man först sätter kryss i matrisen och därefter överför dessa till poäng.

### **Bedömningsanvisningar Del I**

Till de enskilda uppgifterna finns korrekta svar och antalet g- respektive vg-poäng som detta svar är värt.

Uppgift	Korrekt svar	Poäng
1.	0,33	1 g
2.	31	1 g
3.	2	1 g
4.	25 %	1 g
5.	20 %	1 g
6.	18	1 g
7.	30 °	1 g
8. a)	1,69 m	1 g
b)	1,71 m	1 vg
9.	25 dygn	1 vg
10.	3,30 h	1 vg
11.	3 eller -5	1 vg
12.	$\frac{3}{8}$	1 vg
13.	0,5	1 vg
14.	-1	1 vg
15.	40 %	1 vg

## Bedömningsanvisningar Del II

Till uppgifterna ska eleverna lämna fullständiga lösningar. Elevlösningarna ska bedömas med g- och vg-poäng. Positiv poängsättning ska tillämpas, dvs eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för deras brister. För de flesta uppgifterna gäller följande allmänna bedömningsanvisningar.

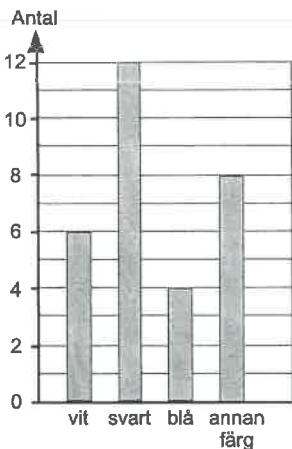
För *maxpoäng* krävs klar och tydlig redovisning av korrekt tankegång med korrekt svar.

Till de enskilda uppgifterna finns korrekta svar och bedömningsanvisningar för delpoäng.

På de  $\alpha$ -märkta uppgifterna i detta prov kan eleven visa följande MVG-kvaliteter.

Eleven

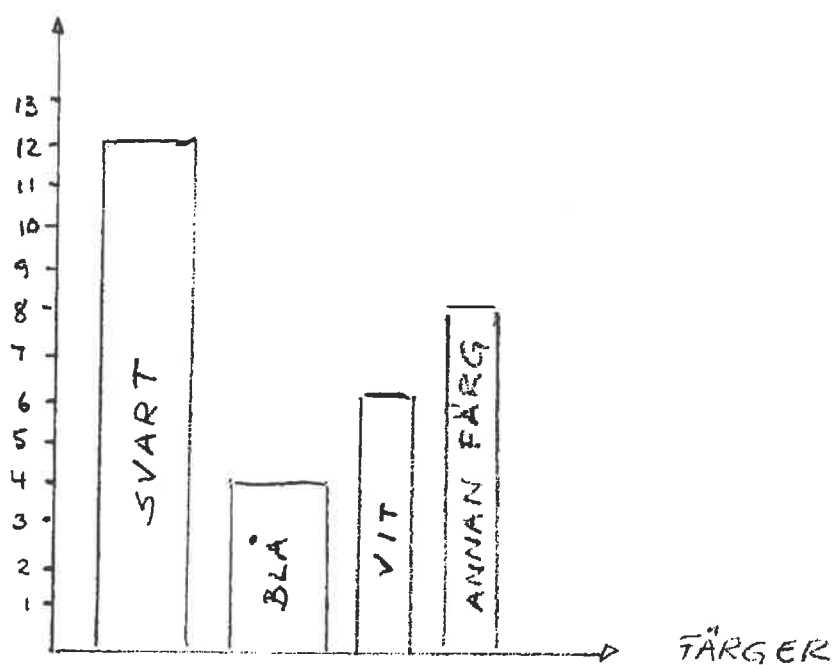
- utvecklar problemet och använder generella metoder, modeller och matematiska resonemang (uppgift 5, 6 c, 7 c, 10 c och 11)
- analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser och bedömer deras rimlighet och giltighet från olika typer av matematiska problem (uppgift 5, 7 c, 10 c och 11)
- genomför skriftligt ett matematiskt bevis (6 c)
- redovisar en klar tankegång med korrekt matematiskt språk (uppgift 5, 6 c, 7 c, 10 c och 11).

1.	<b>1,82</b> Korrekt svar	(Max 1/0) 1 g
2.	<b>8 dl</b> Ansats till lösning som visar godtagbar tankegång med korrekt svar	(Max 2/0) 1 g + 1 g
3.	 <p>Visar förståelse för konstruktion av stapeldiagram Acceptabelt diagram <i>Bedömda elevarbeten se sid 8–9</i></p>	(Max 2/0)          1 g + 1 g
4.	<b>500 ml ; (alternativt 20 tvättar)</b> Lösning där det framgår att 20 % beräknas på ursprungsmängden Med korrekt svar (även prövning med rätt gissad mängd godtages)	(Max 1/1) 1 vg + 1 g

<p>5.</p>	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Vunna matcher</th><th>Oavgjorda matcher</th><th>Förlorade matcher</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>5</td><td>10</td><td>1</td></tr> <tr> <td>6</td><td>7</td><td>3</td></tr> <tr> <td>7</td><td>4</td><td>5</td></tr> <tr> <td>8</td><td>1</td><td>7</td></tr> </tbody> </table> <p>Redovisar ett förslag med prövning  Inser att det finns mer än en lösning  Korrekt svar med intervall eller alla fyra alternativen  <i>Bedömda elevarbeten se sid 10–11</i></p>	Vunna matcher	Oavgjorda matcher	Förlorade matcher	5	10	1	6	7	3	7	4	5	8	1	7	<p>(Max 1/2) ✕</p> <p>1 g  + 1 vg  + 1 vg</p>
Vunna matcher	Oavgjorda matcher	Förlorade matcher															
5	10	1															
6	7	3															
7	4	5															
8	1	7															
<p>6. a)</p>	<p><b>19 cm</b>  Korrekt beräknad omkrets för ena figuren  Korrekt angiven omkrets för båda figurerna</p>	<p>(Max 2/0)</p> <p>1 g  + 1 g</p>															
<p>b)</p>	<p><b>Lika omkrets med motivering</b>  Konstaterar att figurernas omkrets är lika med någon motivering  <u>Bedömda avskrivna autentiska elevarbeten</u>  1/0 Båda blir samma pga längd och bredd är lika långa. Om man plussar på 3 + 1 så blir det ju fyra, som på andra sidan.  1/0 Omkretsen är densamma på figurerna. Det är det för att man har inte tagit bort något i figur 2 utan man har "flyttat" en bit till en annan del av figuren.  1/0 Omkretserna är lika stora. Det är samma figur bara att man har vikt in ena hörnet.</p>	<p>(Max 1/0)</p> <p>1 g</p>															
<p>c)</p>	<p>Visar med ett eller flera konkreta exempel att omkretsen är lika  Generell förklaring utifrån bild eller ansats till algebraisk förklaring  <i>Bedömda elevarbeten se sid 11–12</i></p>	<p>(Max 1/1) ✕</p> <p>1 g  + 1 vg</p>															
<p>7. a)</p>	<p><b>8 dollar</b>  Ansats till lösning t ex sätter in värdet i formeln  Med korrekt svar</p>	<p>(Max 2/0)</p> <p>1 g  + 1 g</p>															
<p>b)</p>	<p><b>1 350 dollar</b>  Ansats till lösning t ex sätter in värdet i formeln  korrekt behandling av formeln med rätt svar</p>	<p>(Max 1/1)</p> <p>1 g  + 1 vg</p>															
<p>c)</p>	<p><b>T ex "Allt över 350 dollar betalar man 5 % i skatt på"</b>  Ofullständig beskrivning t ex "man betalar 5 % i skatt"  Fullständig beskrivning  <u>Bedömda avskrivna autentiska elevarbeten</u>  1/1 Du betalar 5 % på din inkomst efter att du dragit av 350 dollar.  1/1 ✕ De måste komma upp i 350 dollar för att betala skatt. Den 5-procentiga skatten betalar man på den summa av årslönen som överstiger 350 dollar.  Det sista elevarbetet visar MVG-kvalitet eftersom eleven utvecklar problemet genom att ange definitionsmängd.</p>	<p>(Max 1/1) ✕</p> <p>1 g  + 1 vg</p>															
<p>d)</p>	<p><b><math>S = 0,05(I - 350) + 100</math></b></p>	<p>(Max 0/1)</p>															

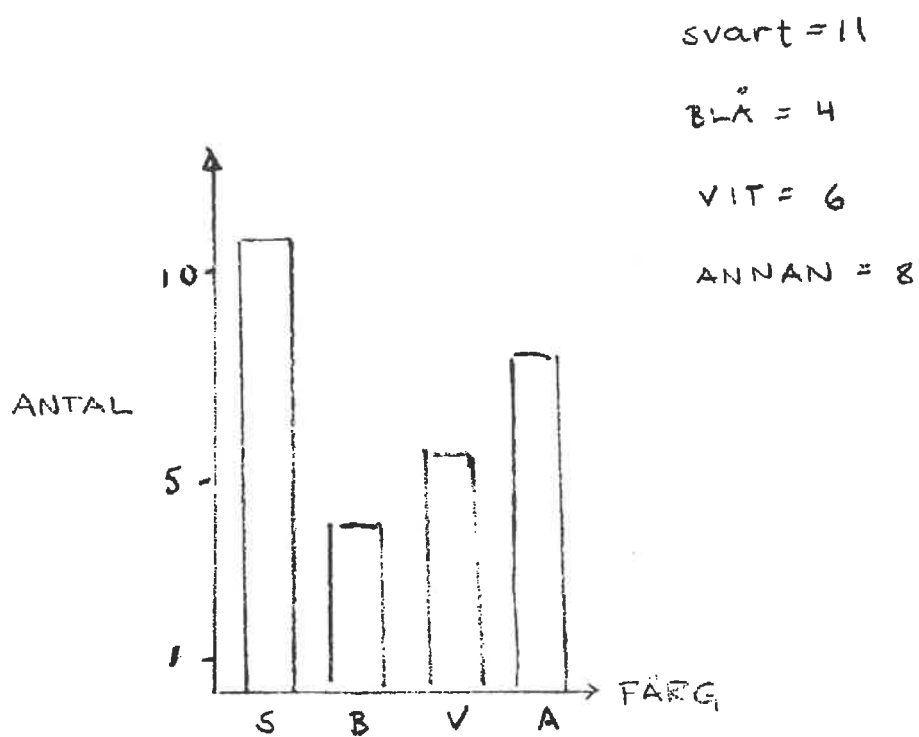
8.	<p><b>T ex "Efter 12 minuter hinner mopedisten ifatt löparen. Mopedisten kör första milen på 20 minuter, farten är alltså 30 km/h. Efter 20 minuter tar mopedisten en vilopaus och bilen kör om mopeden. 10 minuter in i pausen springer löparen förbi. Efter 15 minuters paus kör mopedisten vidare i samma fart. Mopedisten är framme vid målet 55 minuter efter start. 25 minuter efter mopedistens ankomst kommer löparen i mål."</b></p> <p>Beskriver minst en passering i tid och/eller väg  Pausen beskrivs i tid och/eller väg  Anger att farten är konstant eller beräknar farten/medelfarten med tydlig och innehållsrik beskrivning</p>	<p><b>(Max 2/2)</b></p> <p>1 g  + 1 g  + 1 vg  + 1 vg</p>
9. a)	<p><b>206 st</b>  Korrekt svar</p>	<p><b>(Max 1/0)</b>  + 1 g</p>
b)	<p><b>Norr <math>\approx</math> 2,13 p/bil, Mitt <math>\approx</math> 2,18 p/bil, Sth <math>\approx</math> 1,88 p/bil, Mld <math>\approx</math> 1,87 p/bil, Väst <math>\approx</math> 2,01 p/bil, Sdö <math>\approx</math> 2,01 p/bil, Skå <math>\approx</math> 1,84 p/bil</b>  Ansats till lösning t ex beräknat antalet personer med godtagbart svar</p>	<p><b>(Max 1/1)</b></p> <p>1 g  + 1 vg</p>
10. a)	<p><b><math>\pi \cdot r \cdot r ; = \text{pi}() \cdot C2^2</math></b>  Ansats till lösning t ex 3,5*3,5*3,14  godtagbart uttryck</p>	<p><b>(Max 1/1)</b></p> <p>1 g  + 1 vg</p>
b)	<p><b>Pölens höjd är konstant</b>  Godtagbart svar</p>	<p><b>(Max 0/1)</b>  1 vg</p>
c)	<p><b>Ja, läckan förvärras eftersom differensen mellan areorna ökar hela tiden</b>  Godtagbar beskrivning som beskriver att läckan förvärras</p> <p><u>Bedömda avskrivna autentiska elevarbeten</u></p> <p>0/1 Ja, jämför man arean efter en timme med arean efter 2 timmar (dvs multiplicerar D3 med 2) blir svaret 190,06. I tabellen står det 283,53 cm<sup>2</sup>. Skadan har alltså förvärrats!</p> <p>0/1 ✗ Den förvärras. Diametern och radien är proportionella. Men det hela ökar i kvadrat (vattenmängden).</p> <p>Det sista elevarbetet visar MVG-kvaliteter eftersom eleven utvecklar problemet.</p>	<p><b>(Max 0/1) ✗</b></p> <p>1 vg</p>

Bedömda elevarbeten till uppgift 3



Elevarbetet ger 1 p eftersom staplarna är olika breda.

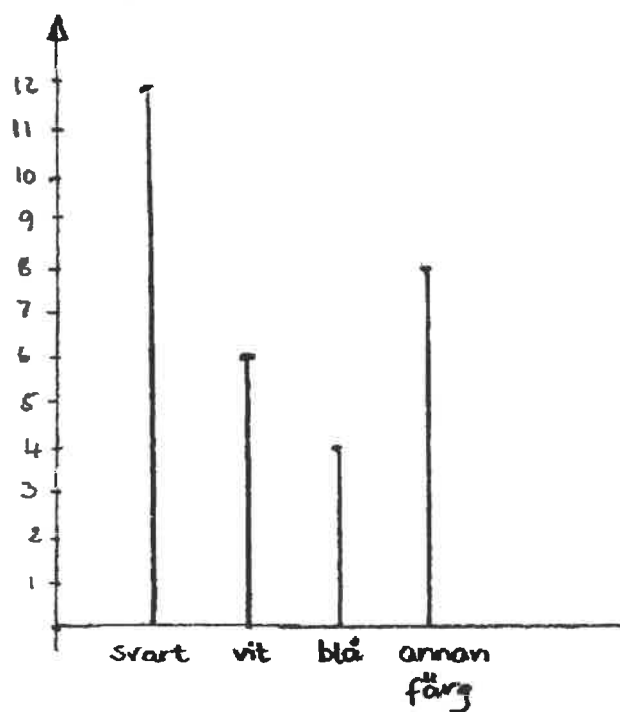
(1/0)



Elevarbetet ger 1 p eftersom frekvensen är felräknad.

(1/0)





$s = \text{||||} \text{||||} \text{||}$

$v = \text{||||} \text{I}$

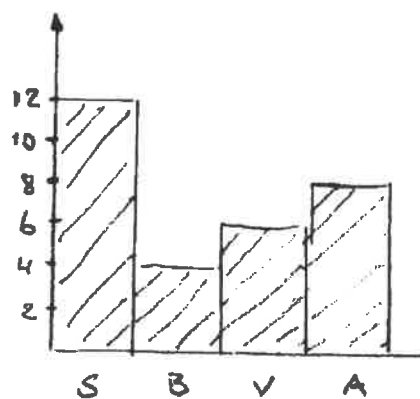
$b = \text{||||}$

$a = \text{||||} \text{|||}$

Elevarbetet ger 2 p eftersom staplarna är lika breda.

(2/0)

Antal



$S=12 \quad B=4 \quad V=6 \quad A=8$

Elevarbetet ger 2 p eftersom staplarna är lika breda.

(2/0)

Bedömda elevarbeten till uppgift 5

Vunna matcher = 7 oavgjorda = 4 förlorade = 5

$$7 \cdot 3 = 21 \quad 4 \cdot 1 = 4 \quad 5 \cdot 0 = 0 \quad 21 + 4 = 25 \text{ poäng} \quad (1/0)$$

Hölle IF 25 poäng = 16 matcher

vunna	5 matcher	15p	} 25 poäng
oavgjorda	10 matcher	10p	
förlorade	1	0p	

Så här kan den ha spelat. En lösning finns  
massor med andra.

(1/1)

Vinst	Oavgjord	Förlust
7	4	5

$$7 + 4 + 5 = 16 \text{ matcher}$$

$$(7 \cdot 3) + (4 \cdot 1) = 25 \text{ poäng}$$

Dett finns många olika svar men de måste

ligga inom denna ram

	Antal matcher
seger	5 - 8
Oavgjort	1 - 10
Förlust	1 - 7

(1/2)

Totala antalet poäng: 25 p

Spelade matcher: 16 st

De kan inte ha vunnit 10 matcher ( $10 \cdot 3 = 30$ )

Alltså mindre än tio matcher vunna. De kan ha vunnit som flest 8 matcher ( $8 \cdot 3 = 24$ ) plus en oavgjord ( $24 + 1 = 25$ ) och förlorat  $16 - 9 = 7$  matcher.

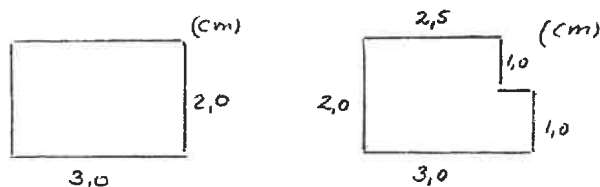
Som minst kan de ha vunnit 5 matcher och gjort 10 oavgjorda och en förlorad.

Svar: Som flest vann de 8 av 16 matcher och som minst vann de 5 av 16 matcher.

Elevarbetet visar MVG-kvalitet eftersom eleven redovisar en klar tankegång med matematiska resonemang.

(1/2) x

#### Bedömda elevarbeten till uppgift 6 c

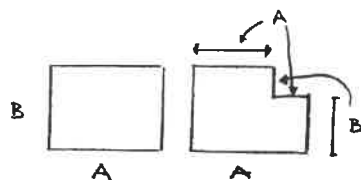


$$O = 3,0 + 2,0 + 3,0 + 2,0 = 10 \text{ cm}$$

$$O = 3,0 + 1,0 + 0,5 + 1,0 + 2,5 + 2,0 = 10 \text{ cm}$$

(1/0)

Det är bara area som försvinner, inte omkrets, den är densamma



$$2B + 2A = \text{omkrets}$$

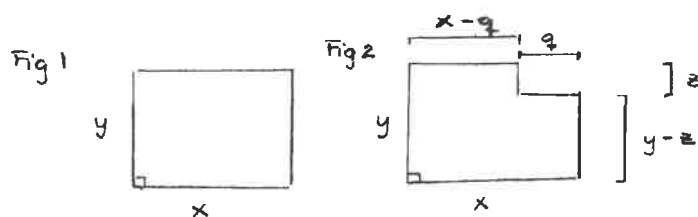
(1/1)

De är lika stora p.g.a att hörnet är lika långt om det går utåt eller inåt. Sträckan är ju lika lång bara att man vänt den åt ett annat håll.



Elevarbetet visar MVG-kvalitet eftersom eleven använder generell modell.

(1/1) ✖



Omkrets för fig 1

$$x + x + y + y = 2x + 2y$$

Omkrets för fig 2

$$y + (y - z) + x + (x - z) + z + z =$$

$$y + y - z + x + x - z + z + z = 2y + 2x$$

trots "jacket" så blir den algebraiska formen  
lika för dom två.

Elevarbetet visar flera MVG-kvaliteter eftersom eleven använder en generell modell och genomför skriftligt ett matematiskt bevis med korrekt matematiskt språk.

(1/1) ✖

### Bedömningsanvisningar uppgift 11 (Max 4/7) α

För att underlätta en likvärdig bedömning av elevernas arbeten med uppgift 11 har en uppgiftsspecifik bedömningsmatrix utvecklats. Matrisen fyller två syften. Den ger information om vad som bedöms i en elevs redovisning. Dessutom kan man med hjälp av den omsätta bedömningen till olika kvalitativa poäng. Den uppgiftsspecifika matrisen bygger på den generella matrisen (se bilaga 1). Efter den uppgiftsspecifika matrisen visas ett antal autentiska elevarbeten (sid 14–23) som är bedömda med matrisen. Elevarbetena är avskrivna för att vara mer lättlästa.

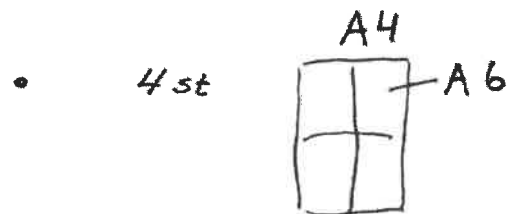
#### Uppgiftsspecifik bedömningsmatrix till uppgift 11\*

Bedömningen avser	Kvalitativa nivåer			
	Lägre	Högre		
<b>Metodval och genomförande</b> <i>I vilken grad eleven kan tolka en problemsituation och lösa olika typer av problem.</i>  <i>Hur fullständigt och hur väl eleven använder metoder och tillvägagångssätt som är lämpliga för att lösa problemet.</i>	Eleven bestämmer antalet A6-ark och prickar in flertalet av punkterna rätt i diagrammet.  (1/0)	Eleven bestämmer A0-arkets area på ett godtagbart sätt och anger ett praktiskt användbart svar för arean t ex 16 A4 eller 1 m <sup>2</sup> .  (2/0)	Eleven bestämmer A0-arkets area på ett godtagbart sätt och anger ett praktiskt användbart svar för arean t ex 16 A4 eller 1 m <sup>2</sup> .  (3/0)	Eleven utreder och använder sambandet mellan längd och bredd.  (3/1)
<b>Matematiska resonemang</b> <i>Förekomst och kvalitet hos värdering, analys, reflektion, bevis och andra former av matematiska resonemang.</i>	Eleven har någon rimlig men knapphändig kommentar till diagrammet eller sambandet längd och bredd.  (0/1)	Eleven gör en godtagbar analys av de angivna tidningarna utifrån modellen.  (0/2)	Eleven redovisar på något sätt att förhållandet mellan längd och bredd för A-serien är en proportionalitet.  (0/3)	
<b>Redovisning och matematiskt språk</b> <i>Hur klar, tydlig och fullständig elevens redovisning är och hur väl eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner.</i>	Redovisningen är möjlig att förstå och följa men omfattar en mindre del av problemet.  (1/0)	Redovisningen är lätt att följa och förstå och omfattar en större del av problemet. Det matematiska språket är acceptabelt.  (1/1)	Redovisningen är välstrukturerad, fullständig och tydlig. Det matematiska språket är korrekt och lämpligt.  (1/2)	

\*För att underlätta bedömningen av diagrammet kan korrekta punkter på OH-film vara en hjälp.

Här följer bedömda elevarbeten till uppgift 11.

Elevarbete A



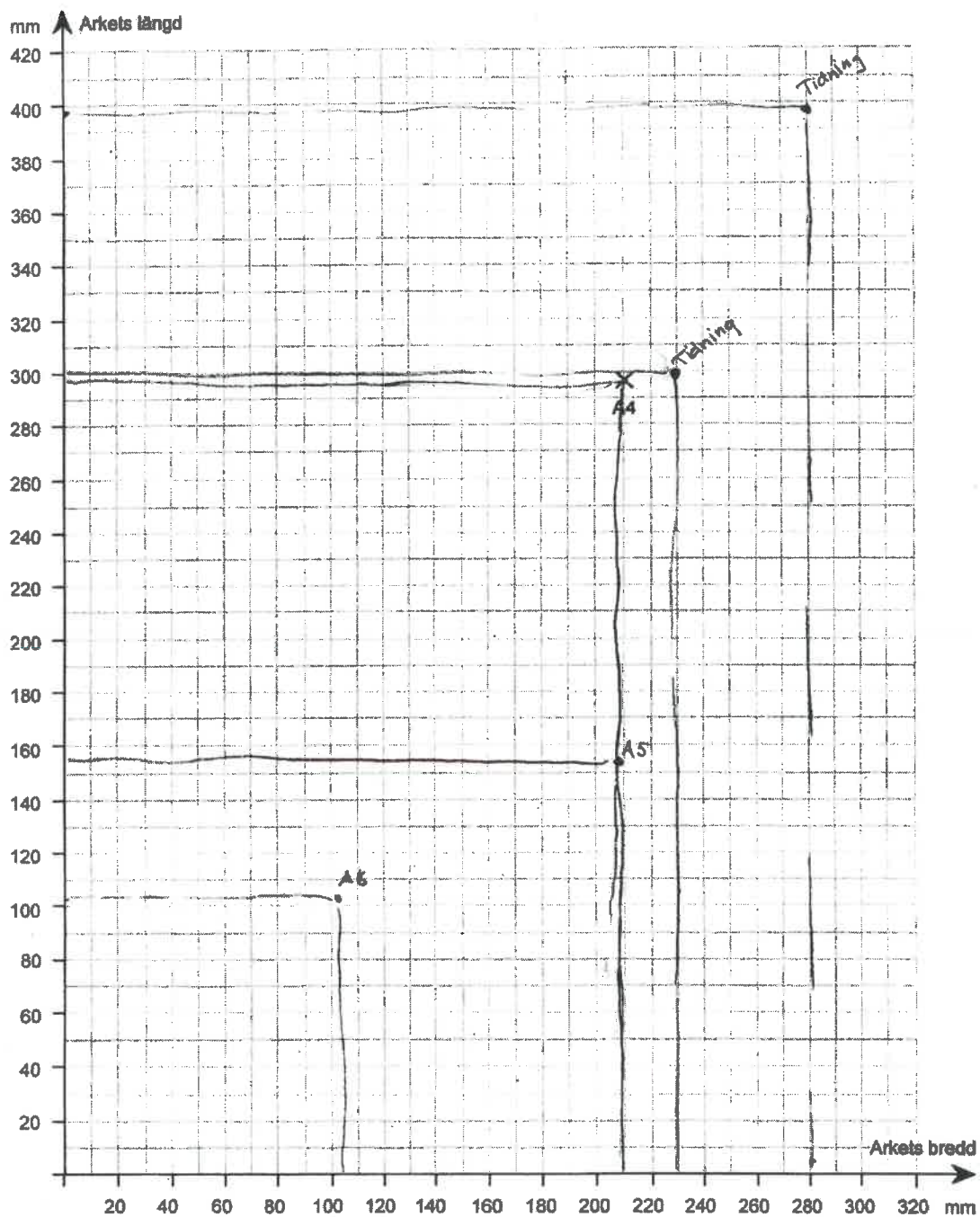
- $210 \cdot 2 = 420$

$$297 \cdot 2 = 594$$

$$420 \cdot 594 = 249480 \text{ mm}^2$$

- A4 & A5 har samma bredd

$$\frac{A5}{A5} = A4$$



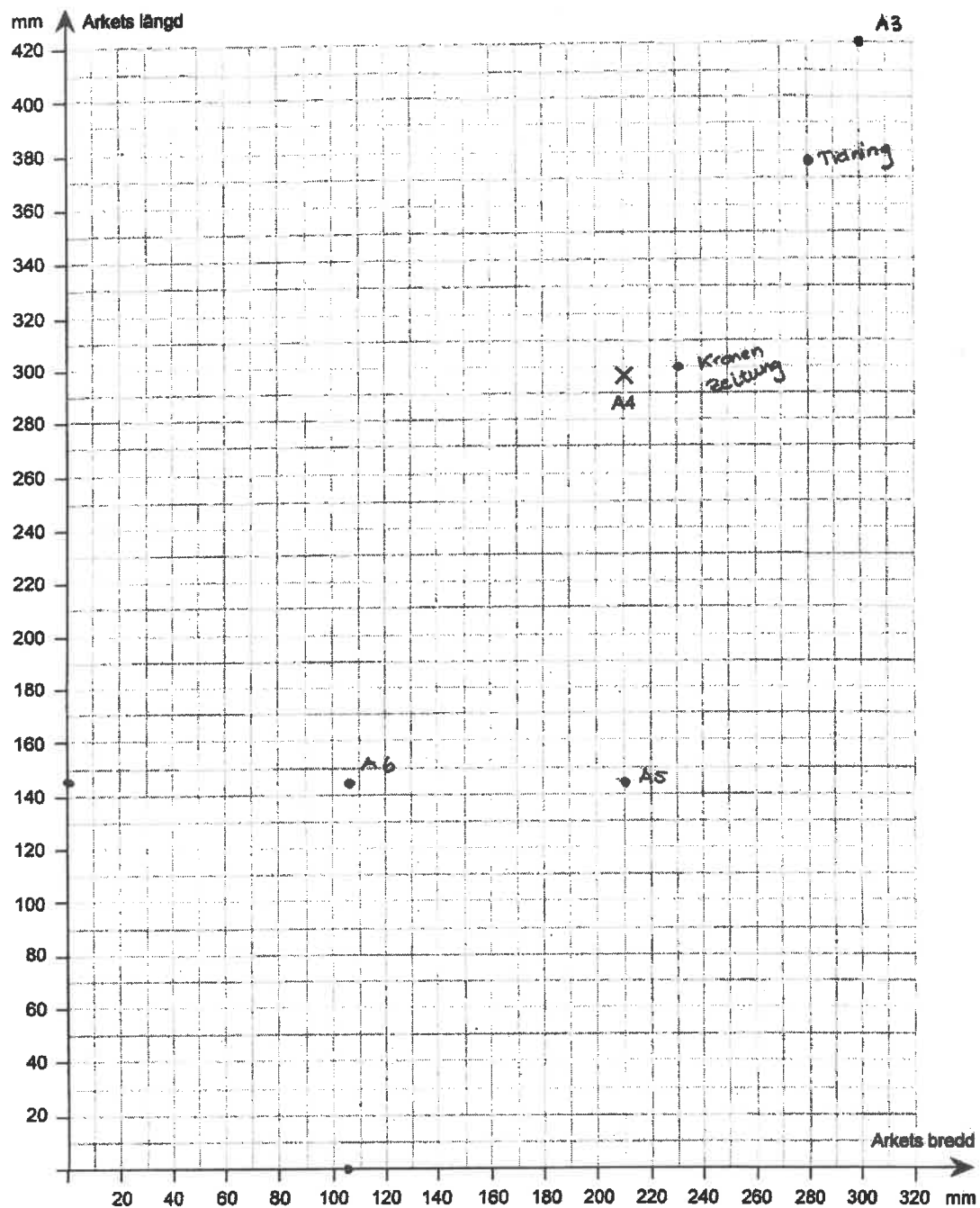
### Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng
Metodval och genomförande	— x —————>	1/0
Matematiska resonemang	— x —————>	0/0
Redovisning och matematiskt språk	— x —————>	1/0
	Summa	2/0

## Elevarbete B

- Svar: Det får plats 4 stycken A6 på ett A4. För att få ut hur varje ark varierar sig med det andra som tex A4, A5, A6 så kan man utgå från A4, för det är det normala pappret.  
A5 är hälften av A4, men bara hälften på längden  
A6 däremot är hälften både på längden och bredden.  
Det följer ett visst mönster.
- Svar: Jag utgår från mina beräkningar i uppgift A.  
Räknar vidare det, utvecklade dem. A3 är dubbelt så brett som A4. A2 dubbelt så stort som A3  
A1 är dubbelt så stort på bredden som A2  
A0 är dubbelt så stort som A1.  
Alltså är A0 = 3360 mm brett och 1188 mm långt.  
Uträkning:  $A4 = 210 \text{ mm} \times 297 \text{ mm}$  (tog bredden först)  
 $A3 = (210 \cdot 2 = 420) \times 297$   
 $A2 = (420 \cdot 2 = 840) (297 \cdot 2 = 594)$   
 $A1 = (840 \cdot 2 = 1680) \cdot 594$   
 $A0 = (1680 \cdot 2 = 3360) (594 \cdot 2 = 1188)$
- Svar: Jag drar samma slutsatser som i uppgift A.  
Varje ark ökar/minskar först 1 gång i hälften av längden. Nästa minskar/ökar dubbla längden och bredden.  
De jämna siffrorna på arken (A2, A4, A6...) dubblas.
- Tidningarna följer inte mitt mönster. Kronen Zeitung är lite större än ett A4

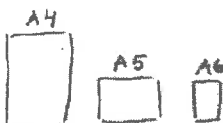




### Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng
Metodval och genomförande	— x —	2/0
Matematiska resonemang	— x —	0/1
Redovisning och matematiskt språk	— x —	1/0
Summa		3/1

## Elevarbete C

- 
 svar: Det får plats 4 st A6 i en A4

- $A4 \text{ area} = 210 \text{ mm} \cdot 297 \text{ mm} = 62370 \text{ mm}^2$

På ett A0 ger det 4 A4 or

$$62370 \cdot 4 = 249480 \text{ mm}^2 \quad A0 \text{ area} = 24,9 \text{ mm}^2$$

- |    | bredd    | längd    |                               |
|----|----------|----------|-------------------------------|
| A6 | 105 mm   | 148,5 mm | $210/2 = 105$ $297/2 = 148,5$ |
| A5 | 148,5 mm | 210 mm   | $297/2 = 148,5$               |
| A4 | 210 mm   | 297 mm   | Måtten redan utsatta          |
| A3 | 297 mm   | 420 mm   | $210 \cdot 2 = 420$           |

Slutsats Ju mindre arken blir desto mindre skillnad är det mellan måtten. En A6 är närmare måttet på en A5 än vad en A4 är en A3. Alla följer en rak linje så värdena ökar lika mycket hela tiden och dom ökar jämnt. Alla har samma form.

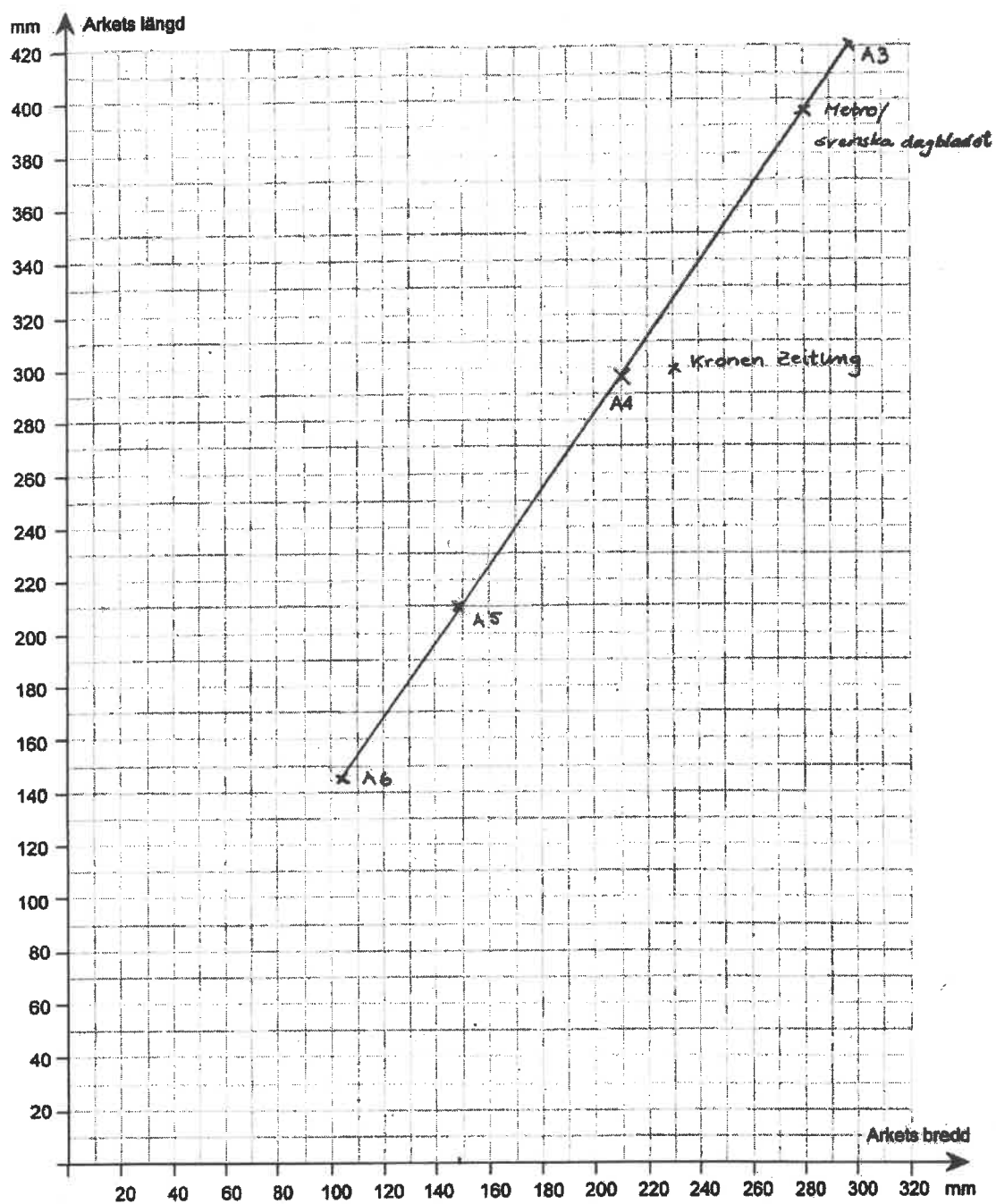
- Metro och Srenska Dagbladet trycks i ett format som inte är lika stort som A3. Det har samma form som de andra men dom är mindre.

- $230 \text{ mm} \times 300 \text{ mm}$

Jenna tidning trycks i ett annorlunda format.

Den håller inte linjen och ser därför inte

likadan ut som dom andra tidningarna

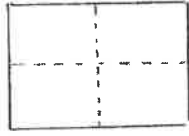


### Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng
Metodval och genomförande	→	2/0
Matematiska resonemang	→	0/3
Redovisning och matematiskt språk	→	1/1
	Summa	3/4

## Elevarbete D

- Det får plats 4 st A6 på ett A4 ark  $\frac{A4}{2} = A5$   $\frac{A5}{2} = A6$



Hela = A4    Halva = A5     $\frac{1}{4}$  = A6

- A0 har storleken  $997920 \text{ mm}^2$

$$A4 = 210 \cdot 297 \text{ mm}^2 = 62370 \text{ mm}^2$$

$$A3 = 420 \cdot 297 \text{ mm}^2 = 124740 \text{ mm}^2$$

$$A2 = 420 \cdot 594 \text{ mm}^2 = 249480 \text{ mm}^2$$

$$A1 = 594 \cdot 840 \text{ mm}^2 = 498960 \text{ mm}^2$$

$$A0 = 840 \cdot 1188 \text{ mm}^2 = 997920 \text{ mm}^2$$

Jag tog först och skrev upp A4 arkets mått. Sen tog jag dess kortaste sida gånger två och sedan det tal jag fick ut gånger dess längd. På så sätt fick jag fram A3 arkets mått.

Sen gjorde jag lika med det och fortsatte tills jag kom till A0 arkets storlek.

- När pappret blir mindre, alltså när numret efter A:t ökar, så blir pappret som var numret innans bredd blir nästas längd och bredden blir längden genom två.

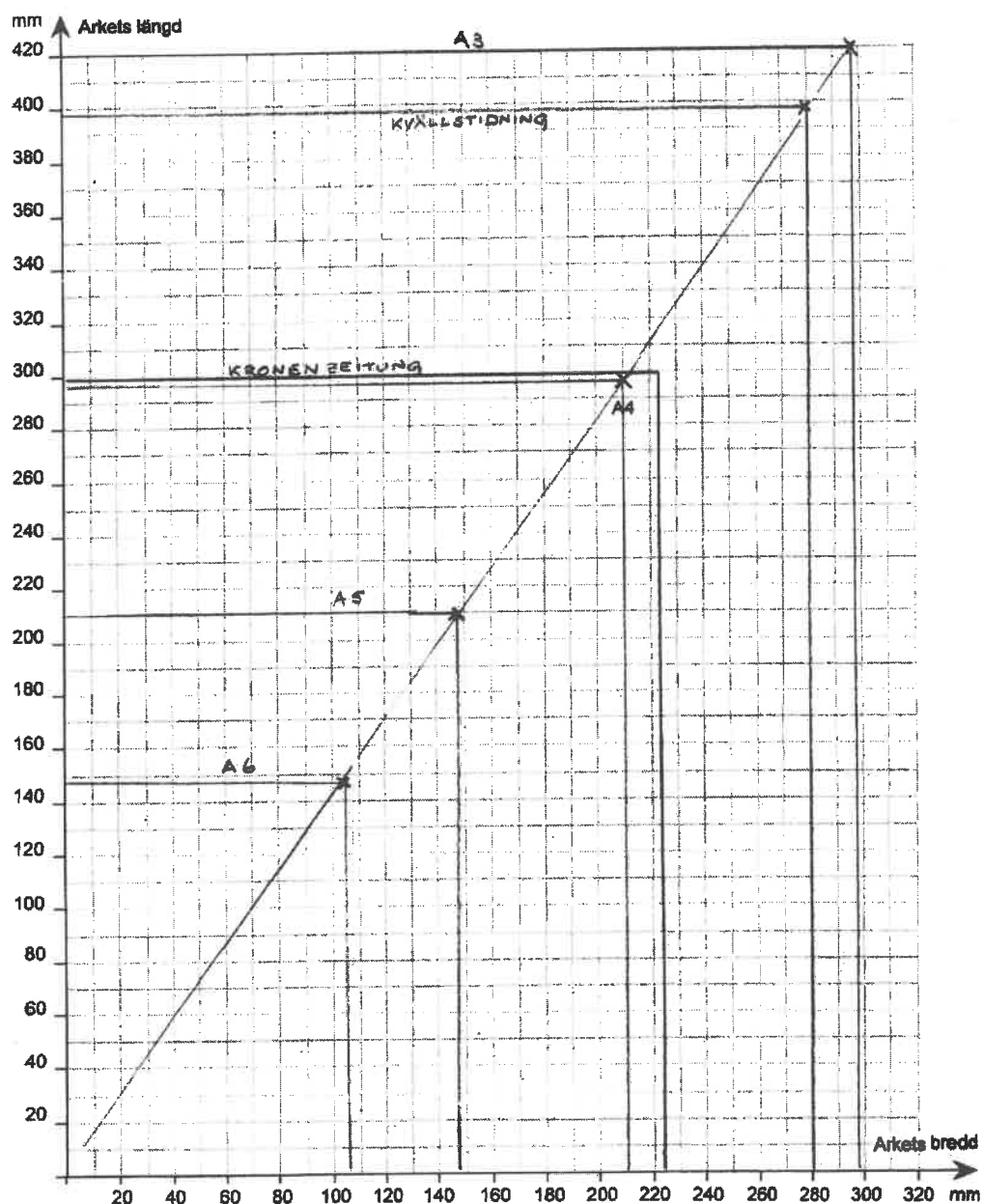
$$\text{Ex } A4 \ 210 \cdot 297 \quad A5: \frac{297}{2} \cdot 210 = 148,5 \cdot 210$$

Linjen är proportionell, längd och bredd är proportionella. När pappret blir större och siffran efter A:t blir mindre

så blir längden på det större pappret den mindres bredd gånger 2 och dess bredd blir arket som den mindres

$$\text{längd. Ex } A: 210 \cdot 297 \quad A3: 297 \cdot 210 \cdot 2 = 297 \cdot 420$$

- Kvällstidningarna ligger efter samma linje som har samma lutning de är proportionella. De har likadana längd: bredd förhållande som de andra (A4, A6, A3) Kronenzeitung ligger ej efter samma linje som de andra. Den har inte samma längd: bredd förhållande



### Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng
Metodval och genomförande	— — — — — x — — — — —	3/1*
Matematiska resonemang	— — — — — — — — — — —	0/3
Redovisning och matematiskt språk	— — — — — — — — — — —	1/2
	Summa	4/6

\*Eleven anger inte arean på lämpligt sätt men använder sambandet mellan längd och bredd.

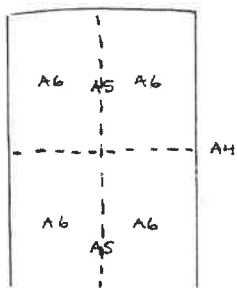
Elevarbetet visar MVG-kvaliteter eftersom eleven använder generell metod och drar slutsatser.

## Elevarbete E

•  $A4 = X$

$A5 = \frac{X}{2}$

$A6 = \frac{\frac{X}{2}}{2} = \frac{X}{4}$

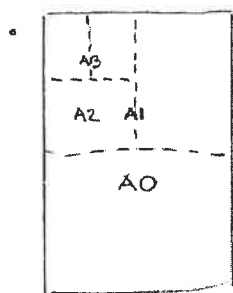


På ett A4-papper får 4 A6-papper plats.

För att få veta det tog jag tänkte jag

$2^{x_1 - x_2}$  där  $x_2$  är siffran för formatet

(nya) och  $x_1$  siffran för det ursprungliga formatet



$A_{A0} = A_4 \cdot 16$

$2^{4-0} = 16$

$A_{A4} = 21 \cdot 29,7 \text{ cm}^2 =$

Formatet har 16x

$= 623,7 \text{ cm}^2 =$

större area än A4,

$= 6,237 \text{ dm}^2$

enligt min formel

$(2^{x_1 - x_2})$

Jag kollade också att

den stämde genom en bild

$A_{A0} = 6,237 \cdot 16 = 99,792 \text{ dm}^2$

A4	Längd	297 mm
	Bredd	210 mm

Längden = Bredden för storleken större

A3	Längd	$210 \cdot 2 = 420 \text{ mm}$
	Bredd	297 mm

Bredden = Längden för storleken större genom två.

A5	Längd	210 mm
	Bredd	148,5 mm

A6	Längd	148,5 mm
	Bredd	$\frac{210}{2} = 105 \text{ mm}$

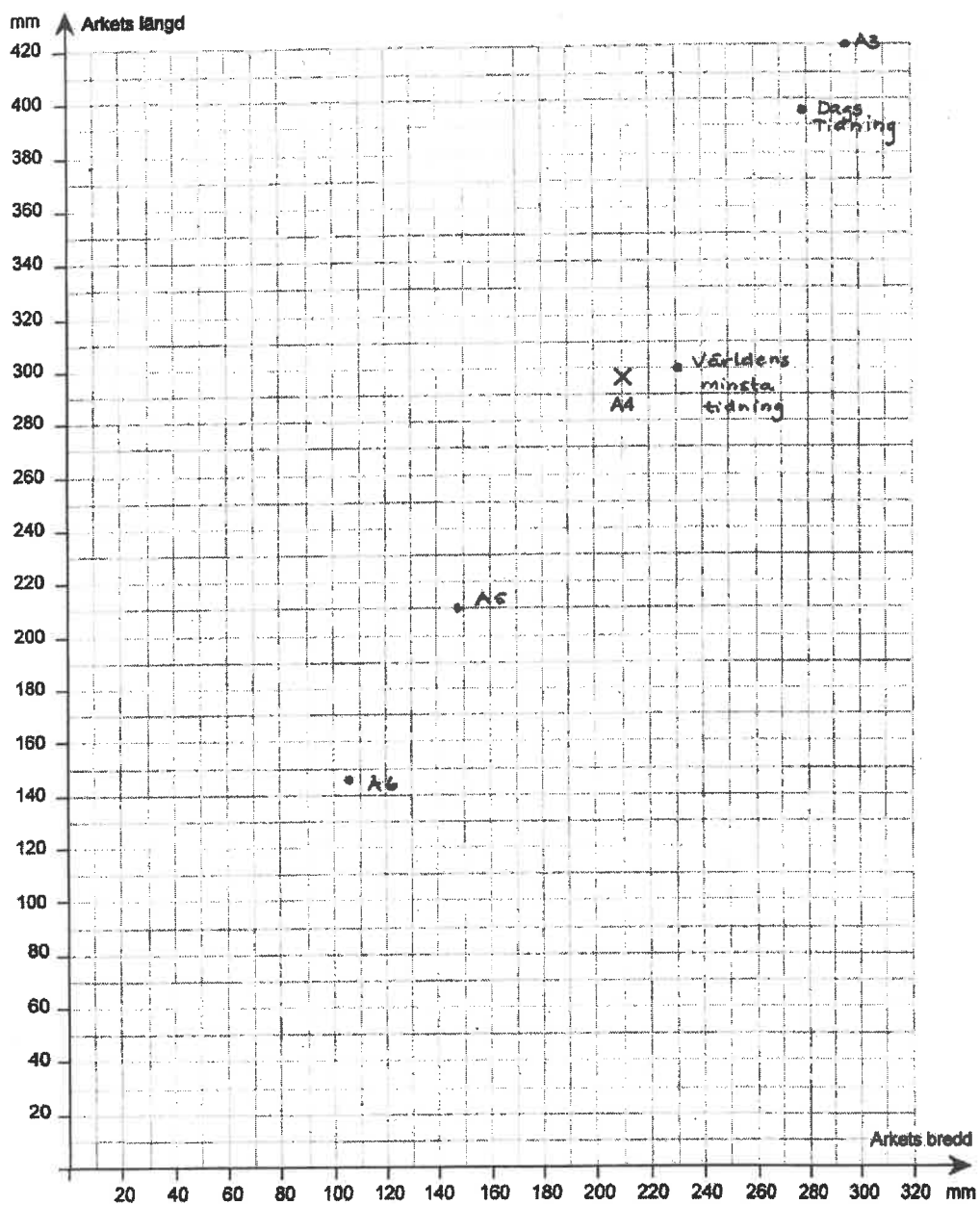
Kvoten för längden genom bredden ska alltid bli  $\approx 1,414 \dots$

- Längden är proportionell mot bredden och arean ökar med större slag, ju större arkets blir. Förhållandet är alltid lika.

- Jag drar slutsatsen att kvällstidningarna använder samma förhållande mellan längd och bredd.

$\frac{\text{Längd}}{\text{Bredd}} = 1,414 \dots$

Kronen Zeitung använder sig inte av samma förhållande som många andra kvällstidningar följer.



### Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng
Metodval och genomförande	— — — — — X —>	3/2
Matematiska resonemang	— — — — — X —>	0/3
Redovisning och matematiskt språk	— — — — — X —>	1/2
	Summa	4/7

Elevarbetet visar *flera* MVG-kvaliteter eftersom eleven använder generella metoder, tolkar resultat och drar slutsatser. Dessutom är arbetet välstrukturerat.

## Kravgränser

### *Maxpoäng*

Detta prov kan ge maximalt 60 poäng varav 28 vg-poäng.

### *Provbetyget Godkänd*

För att få provbetyget Godkänd ska eleven ha erhållit minst 18 poäng.

### *Provbetyget Väl godkänd*

För att få provbetyget Väl godkänd ska eleven ha erhållit minst 35 poäng varav minst 12 vg-poäng.

### *MVG-kvalitet*

På de  $\alpha$ -märkta uppgifterna i detta prov kan eleven visa följande MVG-kvaliteter.

#### Eleven

- utvecklar problemet och använder generella metoder, modeller och matematiska resonemang (uppgift 5, 6 c, 7 c, 10 c och 11)
- analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser och bedömer deras rimlighet och giltighet från olika typer av matematiska problem (uppgift 5, 7 c, 10 c och 11)
- genomför skriftligt ett matematiskt bevis (6 c)
- redovisar en klar tankegång med korrekt matematiskt språk (uppgift 5, 6 c, 7 c, 10 c och 11).

### *Provbetyget Mycket väl godkänd*

För att få provbetyget Mycket väl godkänd ska eleven, utöver kraven för Väl godkänd, ha visat de flesta av ovanstående MVG-kvaliteter i minst tre av de  $\alpha$ -märkta uppgifterna. Eleven ska också ha erhållit minst 20 vg-poäng för att visa en bredd i sina matematikkunskaper.



## Provsammanställning

### Sammanställning över hur kursprovet berörs av mål och kriterier enligt kursplan Gy2000

Kursmål och betygskriterier finns i bilaga 3 och 4. Där framgår också den numrering av mål och kriterier som används i nedanstående sammanställningar.

Tabell 1 Kategorisering av uppgifterna i Del I

Uppgift nr	g-poäng	vg-poäng	Kunskapsområde										Betygskriterier														
			A	Allmän	Aritmetik	Geometri		Statistik	Algebra och funktionslära			Teknik	Historia	Godkänd				Väl godkänd					Mycket väl godkänd				
				A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	G1	G2	G3	G4	V1	V2	V3	V4	V5	M1	M2	M3	M4	M5
1	1	0			x									x													
2	1	0		x	x									x		x											
3	1	0			x				x					x		x											
4	1	0		x	x									x		x											
5	1	0		x	x									x		x											
6	1	0							x	x	x			x													
7	1	0				x	x							x													
8a	1	0						x						x													
8b	0	1						x										x									
9	0	1		x	x													x									
10	0	1			x													x									
11	0	1			x													x									
12	0	1		x	x	x	x											x			x						
13	0	1			x				x	x								x		x							
14	0	1			x													x									
15	0	1		x	x	x	x											x		x	x						
	8	8			5/4	0/2	1/1	2/1						8/0				0/8									

Tabell 2 Kategorisering av uppgifterna i Del II

			Kunskapsområde										Betygskriterier														
Uppgift nr	g-poäng	vg-poäng	A	Allmän	Aritmetik	Geometri		Statistik	Algebra och funktionslära			Teknik	Historia	Godkänd				Väl godkänd					Mycket väl godkänd				
				A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	G1	G2	G3	G4	V1	V2	V3	V4	V5	M1	M2	M3	M4	M5
1	1	0			x									x													
2	2	0		x	x									x	x	x											
3	2	0						x						x													
4	1	1		x	x									x		x		x		x							
5	1	2	A	x	x									x		x		x	x	x			x	x		x	
6a	2	0				x	x							x		x											
6b	1	0		x		x	x								x			x									
6c	1	1	A	x		x	x							x		x	x	x	x	x			x		x		
7a	2	0		x	x				x		x			x		x											
7b	1	1		x	x				x	x	x	x		x		x		x		x	x						
7c	1	1	A	x					x	x	x			x		x		x		x	x		x	x			
7d	0	1		x					x	x	x							x		x							
8	2	2		x	x				x	x	x			x	x	x		x	x	x							
9a	1	0		x	x			x						x		x											
9b	1	1		x	x			x						x		x		x		x	x						
10a	1	1		x			x		x		x	x		x		x		x		x	x						
10b	0	1		x		x	x											x	x	x	x						
10c	0	1	A	x	x		x					x						x	x	x	x		x	x		x	
11	4	7	A	x	x	x	x		x		x	x		x	x	x		x	x	x	x		x	x		x	
	24	20		1/3	6/4	6/3	4/1		7/8		0/1			24/0				0/20									

### Strävansmål

Provet som helhet kan anses pröva delar av strävansmålen S1–S6 och S8. Uppgift 11 i Del II prövar speciellt delar av strävansmålen S4–S6.

# Generell bedömningsmatris

Matrisen nedan bygger på betygskriterierna 2000 och är tänkt att kunna användas vid olika situationer för bedömning av matematikkunskaper, t ex vid bedömning av muntliga prestationer, bedömning av projektarbeten och bedömning av den mer omfattande uppgiften som finns i alla kursprov. Matrisen kan inte betraktas som färdigutvecklad och provinstitutionerna tar gärna emot konstruktiva idéer och förslag på förbättringar. Kontaktpersoner är:

Kurs A: Gunilla Olofsson, PRIM-gruppen, Lärarhögskolan i Stockholm  
tel: 08-737 56 80, e-post: gunilla.olofsson@lhs.se

Kurs B–E: Peter Nyström, Enheten för pedagogiska mätningar, Umeå universitet  
tel: 090-786 99 49, e-post: peter.nystrom@edmeas.umu.se

Bedömningen avser	Kvalitativa nivåer		
	Lägre		Högre
<p><b>Metodval och genomförande</b></p> <p><i>I vilken grad eleven kan tolka en problemsituation och lösa olika typer av problem.</i></p> <p><i>Hur fullständigt och hur väl eleven använder metoder och tillvägagångssätt som är lämpliga för att lösa problemet.</i></p>	<p>Eleven löser uppgifter eller deluppgifter av enkel rutinkaraktär och visar därmed grundläggande förståelse för begrepp, metoder, och procedurer.</p>	<p>Eleven löser uppgifter av olika karaktär och visar därmed god förståelse för begrepp, metoder och procedurer samt säkerhet i beräkningar.</p> <p>Eleven gör matematiska tolkningar av situationer och använder matematiska modeller.</p>	<p>Eleven kan utveckla problem och använder lämpliga procedurer.</p> <p>Eleven kan använda generella metoder och modeller vid problemlösning.</p>
<p><b>Matematiska resonemang</b></p> <p><i>Förekomst och kvalitet hos värdering, analys, reflektion, bevis och andra former av matematiska resonemang.</i></p>	<p>Eleven följer och förstår matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.</p> <p>Eleven drar slutsatser utifrån prövning i ett eller ett fåtal fall.</p>	<p>Eleven genomför logiska matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.</p> <p>Eleven drar slutsatser utifrån ett större antal och/eller väl valda fall.</p>	<p>Eleven tar del av andras argument och framför utifrån dessa egna matematiskt grundade idéer.</p> <p>Eleven värderar och jämför olika metoder samt analyserar och tolkar resultaten från olika typer av matematisk problemlösning.</p> <p>Eleven drar slutsatser från generella resonemang och kan genomföra härledning- ar och matematiska bevis.</p>
<p><b>Redovisning och matematiskt språk</b></p> <p><i>Hur klar, tydlig och fullständig elevens redovisning är och hur väl eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner.</i></p>	<p>Redovisningen är möjlig att förstå och följa även om det matematiska språket är torftigt och ibland felaktigt.</p>	<p>Redovisningen är lätt att följa och förstå. Det matematiska språket är acceptabelt.</p>	<p>Redovisningen är välstrukturerad, fullständig och tydlig. Det matematiska språket är korrekt och lämpligt.</p>

**Mål att sträva mot i ämnet matematik enligt kursplan Gy2000**

Skolan skall i sin undervisning i matematik sträva efter att eleverna

- S1. utvecklar sin tilltro till den egna förmågan att lära sig mera matematik, att tänka matematiskt och att använda matematik i olika situationer,
- S2. utvecklar sin förmåga att tolka, förklara och använda matematikens språk, symboler, metoder, begrepp och uttrycksformer,
- S3. utvecklar sin förmåga att tolka en problemsituation och att formulera den med matematiska begrepp och symboler samt välja metod och hjälpmedel för att lösa problemet,
- S4. utvecklar sin förmåga att följa och föra matematiska resonemang samt redovisa sina tankegångar muntligt och skriftligt,
- S5. utvecklar sin förmåga att med hjälp av matematik lösa problem på egen hand och i grupp bl.a. av betydelse för vald studieinriktning samt att tolka och värdera lösningarna i förhållande till det ursprungliga problemet,
- S6. utvecklar sin förmåga att reflektera över sina erfarenheter av begrepp och metoder i matematiken och sina egna matematiska aktiviteter,
- S7. utvecklar sin förmåga att i projekt och gruppdiskussioner arbeta med sin begreppsbildning samt formulera och motivera olika metoder för problemlösning,
- S8. utvecklar sin förmåga att utforma, förfina och använda matematiska modeller samt att kritiskt bedöma modellernas förutsättningar, möjligheter och begränsningar,
- S9. fördjupar sin insikt om hur matematiken har skapats av människor i många olika kulturer och om hur matematiken utvecklats och fortfarande utvecklas,
- S10. utvecklar sina kunskaper om hur matematiken används inom informationsteknik, samt hur informationsteknik kan användas vid problemlösning för att åskådliggöra matematiska samband och för att undersöka matematiska modeller.

**Mål som eleverna ska ha uppnått efter avslutad kurs A i matematik enligt kursplan Gy2000****Eleven skall**

- A1. kunna formulera, analysera och lösa matematiska problem av betydelse för vardagsliv och vald studieinriktning,
- A10. känna till hur matematiken påverkar vår kultur när det gäller till exempel arkitektur, formgivning, musik eller konst samt hur matematikens modeller kan beskriva förlopp och former i naturen,

**Aritmetik**

- A2. ha fördjupat och vidgat sin taluppfattning till att omfatta reella tal skrivna på olika sätt, med och utan tekniska hjälpmedel med omdöme kunna tillämpa sina kunskaper i olika former av numerisk räkning med anknytning till vardagsliv och studieinriktning,

**Geometri**

- A3. ha fördjupat kunskaperna om geometriska begrepp och kunna tillämpa dem i vardagssituationer och i studieinriktningens övriga ämnen,
- A4. vara så förtrogen med grundläggande geometriska satser och resonemang att hon eller han förstår och kan använda begreppen och tankegångarna vid problemlösning,

**Statistik**

- A5. kunna tolka, kritiskt granska och med omdöme åskådliggöra statistiska data samt kunna tolka och använda vanligt förekommande lägesmått,

**Algebra och funktionslära**

- A6. kunna tolka och hantera algebraiska uttryck, formler och funktioner som krävs för problemlösning i vardagslivet och i studieinriktningens övriga ämnen,
- A7. kunna ställa upp och tolka linjära ekvationer och enkla potensekvationer samt lösa dem med för problemsituationen lämplig metod och med lämpliga hjälpmedel,
- A8. kunna ställa upp, tolka, använda och åskådliggöra linjära funktioner och enkla exponentialfunktioner som modeller för verkliga förlopp inom privatekonomi och i samhälle,

**Tekniska hjälpmedel**

- A9. ha vana att vid problemlösning använda dator och grafritande räknare för att utföra beräkningar och åskådliggöra grafer och diagram.

## Betygskriterier för ämnet matematik enligt kursplan Gy2000

### Kriterier för betyget Godkänd

- G1. Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder och tillvägagångssätt för att formulera och lösa problem i ett steg.
- G2. Eleven genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
- G3. Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner samt utför beräkningar på ett sådant sätt att det är möjligt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck.
- G4. Eleven skiljer gissningar och antaganden från givna fakta och härledningar eller bevis.

### Kriterier för betyget Väl godkänd

- V1. Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder, modeller och tillvägagångssätt för att formulera och lösa olika typer av problem.
- V2. Eleven deltar i och genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
- V3. Eleven gör matematiska tolkningar av situationer eller händelser samt genomför och redovisar sitt arbete med logiska resonemang såväl muntligt som skriftligt. Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner på sådant sätt att det är lätt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck såväl muntligt som skriftligt.
- V4. Eleven visar säkerhet beträffande beräkningar och lösning av olika typer av problem och använder sina kunskaper från olika delområden av matematiken.
- V5. Eleven ger exempel på hur matematiken utvecklats och använts genom historien och vilken betydelse den har i vår tid inom några olika områden.

### Kriterier för betyget Mycket väl godkänd

- M1. Eleven formulerar och utvecklar problem, väljer generella metoder och modeller vid problemlösning samt redovisar en klar tankegång med korrekt matematiskt språk.
- M2. Eleven analyserar och tolkar resultat från olika typer av matematisk problemlösning och matematiska resonemang.
- M3. Eleven deltar i matematiska samtal och genomför såväl muntligt som skriftligt matematiska bevis.
- M4. Eleven värderar och jämför olika metoder, drar slutsatser från olika typer av matematiska problem och lösningar samt bedömer slutsatsernas rimlighet och giltighet.
- M5. Eleven redogör för något av det inflytande matematiken har och har haft för utvecklingen av vårt arbets- och samhällsliv samt för vår kultur.

# PRIM

---

## gruppen

Lärarhögskolan i Stockholm  
Box 34103, 100 26 Stockholm  
E-post: [prim-gruppen@lhs.se](mailto:prim-gruppen@lhs.se)  
Internet: [www.lhs.se/prim/](http://www.lhs.se/prim/)