

Skolverket

Nationellt kursprov i **MATEMATIK**

Kurs A

Våren 2005

Bedömningsanvisningar

Innehåll

Inledning	3
Bedömningsanvisningar	3
Allmänna bedömningsanvisningar	3
Bedömningsanvisningar Del I	4
Bedömningsanvisningar Del II	5
Bedömningsanvisningar uppgift 11 (Max 5/6) α	12
Kravgränser	21
Provsammanställning	22

Bilagor

1. Mål att sträva mot i ämnet matematik enligt kursplan Gy2000	24
2. Mål som eleverna ska ha uppnått efter avslutad kurs A i matematik enligt kursplan Gy2000	25
3. Betygskriterier för ämnet matematik enligt kursplan Gy2000	26
4. Kopieringsunderlag för aspektbedömning	27
5. Kopieringsunderlag för MVG-bedömning	28

Inledning

Skolverket har uppdragit åt PRIM-gruppen vid Lärarhögskolan i Stockholm att ansvara för konstruktion och resultatanalys av nationella kursprov i matematik kurs A för den gymnasiala utbildningen.

Vårens A-kursprov består av två delar som ska genomföras på totalt 180 minuter.

Kravgränser för Godkänd, Väl godkänd och Mycket väl godkänd ges för *kursprovet som helhet*.

Bedömningsanvisningar

Bedömningen ska göras med olika kvalitativa poäng, g- och vg-poäng. Vi har bedömt uppgiftens innehåll och elevlösningarnas kvalitet utifrån kursplanen och betygskriterierna. De olika uppgifterna har kategoriserats och olika lösningar till dessa har analyserats. Sedan har svaret, lösningen eller dellösningen poängsatts med g-poäng och/eller vg-poäng.

För Del I gäller att korrekt svar bedöms med 1 g-poäng eller 1 vg-poäng.

För Del II innebär t ex beteckningen (2/1) att elevens lösning högst kan ge 2 g-poäng och 1 vg-poäng. Uppgift 11 ska aspektbedömas med stöd av en matris.

Några uppgifter i provet är markerade med α . På dessa uppgifter kan eleven visa MVG-kvaliteter. Det kan t ex innebära att eleven använder generella metoder, modeller och resonemang, att eleven analyserar sina resultat och redovisar en klar tankegång med korrekt matematiskt språk.

Allmänna bedömningsanvisningar

Positiv bedömning

Uppgifterna ska bedömas med högst det antal poäng som anges i bedömningsanvisningarna. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningens förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister. Det går då att ge delpoäng för en lösning som visar att en elev kommit en bit på väg.

Uppgifter där endast svar krävs

Uppgifter av kortsvartyp där endast svar krävs ger 1 poäng. Exempel på godtagbara svar ges i bedömningsanvisningarna. Endast svaret beaktas.

Uppgifter där fullständig redovisning fordras

Enbart svar utan motiveringar ger inga poäng. För full poäng krävs korrekt redovisning med godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången lätt kan följas. Korrekt metod eller förklaring till hur uppgiften kan lösas ska ge delpoäng även om det därefter följer en felaktighet, t ex räknefel. Om eleven också slutför uppgiften korrekt ger det fler poäng.

Aspektbedömning med stöd av matris

Bedömningen underlättas om läraren är väl insatt i bedömningsanvisningarna. En modell som används på många skolor är att de lärare som har elever som deltagit i A-kursprovet träffas och diskuterar de bedömningar som gjorts på de autentiska elevarbetena.

Bedömningsanvisningar Del I

Till de enskilda uppgifterna finns korrekta svar och antalet g- respektive vg-poäng som detta svar är värt.

Uppgift	Korrekt svar	Poäng
1.	51,3 ; svar i intervallet 51,25–51,35	1 g
2.	$\frac{3}{8}$ av figuren skuggad	1 g
3.	10 kr	1 g
4.	200 ml	1 g
5.	$x = 10$	1 g
6.	$\frac{102 - 25}{0,1}$	1 g
7.	7,0 liter ; 7 liter	1 g
8. a)	1,69 m	1 g
b)	1,71 m	1 vg
9.	T ex a är 5 gånger så stor som b ; $a = 5 \cdot b$; $\frac{a}{b} = 5$	1 vg
10.	$x = 2$	1 vg
11.	300 000 kr	1 vg
12.	$x = 200 + y$; $y = x - 200$	1 vg
13.	120 grader	1 vg
14.	$x = -4$	1 vg
15.	Graf E	1 vg

Bedömningsanvisningar Del II

Till uppgifterna ska eleverna lämna fullständiga lösningar. Elevlösningarna ska bedömas med g- och vg-poäng. Positiv poängsättning ska tillämpas, dvs eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för deras brister. För de flesta uppgifterna gäller följande allmänna bedömningsanvisningar.

För *maxpoäng* krävs klar och tydlig redovisning av korrekt tankegång med korrekt svar.

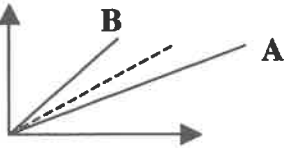
Till de enskilda uppgifterna finns korrekta svar och bedömningsanvisningar för delpoäng. Då bedömningsanvisningen inleds med "Ansats till lösning, t ex..." kan det även finnas andra ansatser som är likvärdiga de som beskrivs.

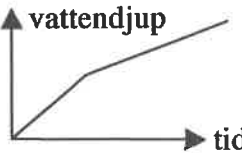
På de α -märkta uppgifterna i detta prov kan eleven visa följande MVG-kvaliteter.

Eleven

- formulerar och utvecklar problemet och/eller använder generella metoder/modeller vid problemlösning (uppgift 8 c, 9, 10 och 11).
- analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer slutsatsernas rimlighet och giltighet från olika typer av matematiska problem (uppgift 8 c, 10 och 11).
- genomför matematiska bevis och/eller analyserar matematiska resonemang (uppgift 11).
- värderar och jämför olika metoder/modeller (uppgift 10 och 11).
- redovisar välstrukturerat med lämpligt och korrekt matematiskt språk (uppgift 9 och 11).

1. a) 32 längder	(Max 1/0)
Korrekt svar	1 g
b) 1,4 m/s ; 85 m/min ; 5,1 km/h	(Max 2/0)
Ansats till lösning t ex genomfört tidsomvandling eller tecknat ett uttryck för fart	1 g
Redovisad godtagbar tankegång för beräkning av farten med godtagbart svar	+ 1 g
2. 26 år	(Max 2/0)
Ansats till lösning t ex beräknat sammanlagd ålder	1 g
Redovisning med korrekt svar	+ 1 g
3. 9,5 (g) ; 9,50 (g)	(Max 2/1)
Ansats till lösning t ex påbörjat volymberäkning med korrekt formel	1 g
Godtagbar beräkning av kulans volym	+ 1 g
Tydlig redovisning med korrekt svar med lämplig noggrannhet	+ 1 vg
4. 5,8 l ; 58 dl	(Max 2/0)
Anger de tre volymerna eller anger två av dem med korrekt summa	1 g
med korrekt svar	+ 1 g
5. a) -17,6 (°C)	(Max 1/0)
Redovisad lösning med korrekt svar	1 g

<p>b) 90 h Ansats till lösning t ex ställt upp korrekt ekvation eller påbörjat ett resonemang t ex att på 5 timmar stiger temperaturen 1 grad Med korrekt svar</p>	<p>(Max 1/1)</p> <p>1 g + 1 vg</p>
<p>c) "Temperaturen i frysboxen är från början $-18\text{ }^{\circ}\text{C}$ och temperaturen höjs med $0,2\text{ }^{\circ}\text{C}$ per timme efter det att frysboxen stängts av" Godtagbar förklaring till termen 18,0 Godtagbar förklaring till koefficienten 0,2</p>	<p>(Max 0/2)</p> <p>1 vg + 1 vg</p>
<p>6. a) 531 949 Redovisad lösning med korrekt svar</p>	<p>(Max 1/0)</p> <p>1 g</p>
<p>b) "Eyrabadet ökade mest procentuellt (32 % mot 22 %) men Eriksdalsbadet hade en större ökning i antal" Redovisat den största ökningen vad gäller antal Beräknat/resonerat kring procentuell ökning och dragit korrekt slutsats Korrekt beräknad procentuell ökning <i>Bedömda elevarbeten se sid 8</i></p>	<p>(Max 1/2)</p> <p>1 g + 1 vg + 1 vg</p>
<p>7. a) "Om man mäter upp två gånger 1 portion eller en gång 2 portioner får man samma mängd Area 1 + Area 1 = Area 2 (7 cm^2)" Godtagbar bestämning av minst en area eller annan relevant jämförelse Visat en ungefärlig likhet</p>	<p>(Max 1/1)</p> <p>1 g + 1 vg</p>
<p>b) 4,2 cm ; svar i intervallet (4,0–4,4) cm Ansats till lösning t ex bestämt nya arean Klar och tydlig redovisning med godtagbart svar</p>	<p>(Max 1/1)</p> <p>1 g + 1 vg</p>
<p>8. a)  Korrekt svar</p>	<p>(Max 1/0)</p> <p>1 g</p>
<p>b) "Lika bred som A och B men kortare än A och längre än B" Godtagbar beskrivning</p>	<p>(Max 1/0)</p> <p>1 g</p>

c)	<p>"Först går det snabbt att fylla upp till dess att bassängen börjar bli rektangulär, då tar det längre tid"</p>	(Max 0/2) ✖
		<p>1 vg + 1 vg</p>
	<p>Godtagbar beskrivning med ord Godtagbar graf där lutningen minskar <i>Bedömda elevarbeten se sid 9</i></p>	
9.	<p>31 % ; $\frac{5}{16}$</p> <p>Ansats till lösning t ex delat upp triangeln i småtrianglar Bestämt den skuggade arean i någon enhet Andelen korrekt bestämd <i>Bedömda elevarbeten se sid 10 och 11</i></p>	<p>(Max 2/1) ✖</p> <p>1 g + 1 g + 1 vg</p>
10.	<p>Johanna gör rätt</p> <p>Korrekt svar med någon rimlig kommentar eller endast beskrivning av beräkningar Korrekt svar med en knapphändig beskrivning av hur Martin och Johanna kan ha resonerat eller en klar och tydlig redovisning av någons resonemang Korrekt svar med en klar och tydlig beskrivning av hur både Martin och Johanna kan ha resonerat</p>	<p>(Max 1/2) ✖</p> <p>1 g + 1 vg + 1 vg</p>
	<p><u>Bedömda avskrivna autentiska elevarbeten</u></p>	
1/0	<p>Johanna har rätt för man tar inte bort 17 % + 17 % + 17 % och sedan multiplicerar med 194 000.</p>	
1/0	<p>Johannas beräkningar stämmer. Johanna subtraherar med 100 % för att veta hur mycket den sjunker efter ett år. Sedan gångrar hon procent med sig självt tre ggr (för de följande tre åren) och får då veta hur mycket det sjunkit efter tre år. Svaret gånger det nuvarande priset och får då hur mycket den är värd efter 3 år.</p>	
1/1	<p>Johanna har rätt. Det Martin gör är att han drar av 17 % från inköpspriset tre gånger. Alltså blir värdeminskningen i hans beräkning mer än 17 %.</p>	
1/2 ✖	<p>Johanna har räknat rätt eftersom att hon har beräknat värdet efter 3 år. Hon har tänkt på att efter ett år är värdet lägre än från början. Martin har beräknat varje sänkning från grundpriset. ✖ <i>jämför olika metoder.</i></p>	
1/2 ✖	<p>Johanna har gjort rätt. Först drar hon bort 17 % av ursprungssumman 194 000 kr. För andra året drar hon bort 17 % av det nya värdet och likadant det tredje året. Martin däremot drar bort $3 \cdot 17 = 51$ % direkt från 194 000 kr. Vilket är felaktigt. För om man gör så skulle bilen vara värd minus efter 6 år. ✖ <i>utvecklar problemet, analyserar, bedömer rimlighet och jämför olika metoder.</i></p>	

Bedömda elevarbeten till uppgift 6 b

Eriksdalsbadet hade större ökning i personer men Eyrabadet hade större procentökning. Därför har båda rätt. Eyra badet hade färre besökare år 2001 än Eriksdal och det var mindre skillnad på förändringen och därför har Eyrabadet ökat mer i procent.

(1/1)

$$\frac{199000}{1106000} = 0,18$$

↑
Eriksdalsbadet

$$\frac{156400}{641000} = 0,24$$

↗ Eyrabadet

Procentuellt har Eyrabadets besökare ökat mest men i antalet besökare har Eriksdalsbadet ökat mest. Alltså anser jag att båda har rätt, eftersom det är svårt att definiera vilken slags ökning de diskuterar.

(1/1)

Procentuellt har Eyrabadet haft störst ökning med

$$\frac{156400}{641000 + 156400} \approx 20\% \text{ mot Eriksdalsbadets } \frac{199000}{1106000 + 199000} \approx$$

$\approx 15\%$. Men om man tittar på antalet besökare har Eriksdalsbadet haft störst ökning.

(1/1)

Eriksdalsbadet 2001 : 907 000 st

- - - ökning $\frac{199000}{907000} \approx 0,219 \approx 22\%$

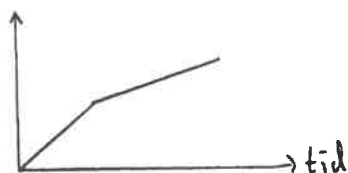
Eyra badet 2001 : 484 600 st

- - - ökning : $\frac{156400}{484600} \approx 0,323 \approx 32\%$

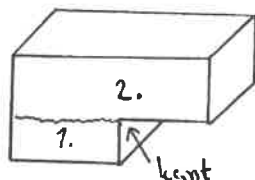
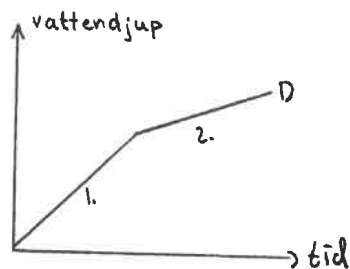
Svar: Båda har rätt. Andreas har rätt eftersom Eyrabadet ökat mest procentuellt, men Johan har också rätt eftersom Eriksdalsbadet hade en större ökning i antal.

(1/2)

Först ökar vattnet snabbt men saktar sedan ner



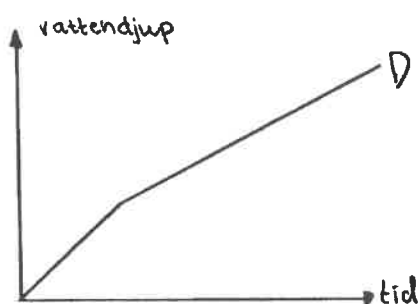
(0/2)



Först fylls djupaste delen av bassängen på en viss tid. se 1
Tiden beror på arean.
Men när vattnet kommer över kanten blir arean mycket större
och då tar det längre tid för vattnet har ju hela tiden samma
hastighet

(0/2) ✖

✖ analyserar och redovisar en klar tankegång.



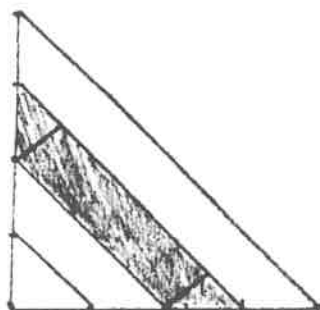
Svar:

Första delen av bassängen fylls dubbelt så snabbt som den
grundare delen.
Det tar dubbelt så lång tid för den grundare delen av
bassängen att fyllas än för den djupare.

(0/2) ✖

✖ utvecklar problemet och för matematiskt resonemang kring tid.

Bedömda elevarbeten till uppgift 9



Triangeln är inte delad i exakt 4 lika stora bitar, men den skuggade står för $\frac{1}{4}$ av triangelns yta.

Jag delade upp den skuggade biten i 3 delar. De två var lika stora så de lade jag ihop till en fyrkant.

Sen räknade jag ut arean på dem och fick ett svar som jag delade på triangelns totala area.

$$\frac{4 \cdot 4}{2} = 8 \text{ cm}^2$$

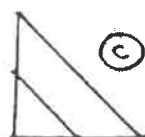
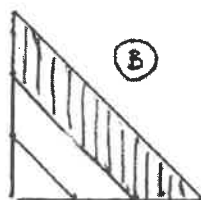
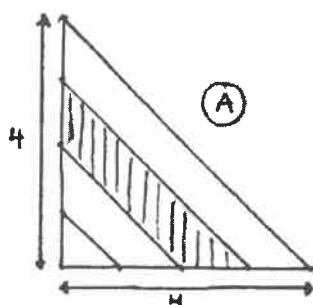
$$\frac{1 \cdot 0,7}{2} = 0,35 \cdot 2 = 0,7$$

$$\frac{3,9 \cdot 0,7}{2} = 1,365$$

$$1,365 + 0,7 = 2,065$$

Svar: $\frac{1}{4}$ är skuggad

(1/0)



(cm)

Area fig A: $\frac{4 \cdot 4}{2} = \frac{16}{2} = 8 \text{ cm}^2$

Area fig B: $\frac{3 \cdot 3}{2} = 4,5 \text{ cm}^2$

Area fig C: $\frac{2 \cdot 2}{2} = 2 \text{ cm}^2$

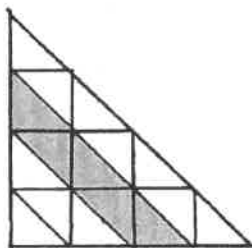
Area skuggad del B - C eftersom den skuggade delen fattas i C.

Area skuggad del: $4,5 - 2 = 2,5 \text{ cm}^2$

Hur stor del $\frac{2,5}{8} = \frac{5}{16}$

Svar: Den skuggade delen är $\frac{5}{16}$

(2/1)



För att lättare kunna se hur stor del av triangeln som är skuggad delar jag upp den i mindre bitar.

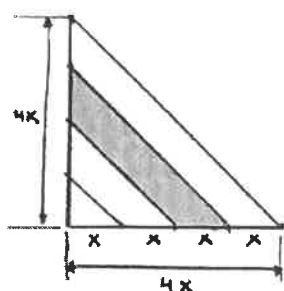
Den minsta delen består av 1 bit
 Den andra delen består av 3 bitar
 Den tredje - " - 5 bitar
 Den fjärde - " - 7 bitar.

Hela figuren består av 16 bitar.

Så är $\frac{5}{16}$ av triangeln skuggad.

(2/1) □

□ visar generell metod.



$$\text{Arean} = \frac{(b \cdot h)}{2}$$

$$\text{Triangelns area: } \frac{4x \cdot 4x}{2} = 8x^2$$

$$\begin{aligned} \text{Skuggad area: } & \frac{3x \cdot 3x}{2} - \frac{2x \cdot 2x}{2} = \\ & = 4,5x^2 - 2x^2 = 2,5x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Skuggad del av hela arean: } & \frac{2,5x^2}{8x^2} = \\ & = 0,3125 = 31,25\% \end{aligned}$$

Svar: Den skuggade delen är 31,25% av hela triangelns area

(2/1) □

□ använder generell metod och redovisar med korrekt matematiskt språk.

Bedömningsanvisningar uppgift 11 (Max 5/6) □

För att underlätta en likvärdig bedömning av elevernas arbeten med uppgift 11 har en uppgiftsspecifik bedömningsmatrix utvecklats. Matrisen fyller två syften. Den ger information om vad som bedöms i en elevs redovisning. Dessutom kan man med hjälp av den omsätta bedömningen till olika kvalitativa poäng. Den uppgiftsspecifika matrisen bygger på den generella matrisen (se "Information till lärare"). Efter den uppgiftsspecifika matrisen visas ett antal autentiska elevarbeten (sid 13–20) som är bedömda med matrisen. Elevarbetena är avskrivna för att vara mer lättlästa.

Uppgiftsspecifik bedömningsmatrix till uppgift 11

Bedömningen avser	Kvalitativa nivåer		
	Lägre		Högre
Metodval och genomförande <i>I vilken grad eleven kan tolka en problemsituation och lösa olika typer av problem.</i> <i>Hur fullständigt och hur väl eleven använder metoder och tillvägagångssätt som är lämpliga för att lösa problemet.</i>	Eleven gör några beräkningar på talföljder innehållande ett udda antal tal. Eleven påbörjar beräkningar på talföljder med ett jämnt antal tal. (1/0) (2/0)	Eleven tecknar ett lämpligt algebraiskt uttryck för talföljder med ett jämnt antal tal. (2/1)	Eleven påbörjar metod som är lämplig för generell lösning i samtliga fall. (2/2)
Matematiska resonemang <i>Förekomst och kvalitet hos värdering, analys, reflektion, bevis och andra former av matematiska resonemang.</i>	Eleven reflekterar eller drar rimlig slutsats utifrån beräkningar i några talföljder. (1/0)	Eleven beskriver likheten för någon talföljd med generella resonemang eller visar likheten algebraiskt. Eleven modifierar modellen till ett jämnt antal termer i talföljden t ex använder medelvärdet av två termer. (1/1) (1/2)	Elevens slutsatser bygger på generellt resonemang med algebraiskt uttryck för samtliga fall. (1/3)
Redovisning och matematiskt språk <i>Hur klar, tydlig och fullständig elevens redovisning är och hur väl eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner.</i>	Redovisningen är möjlig att följa men omfattar endast delar av problemet. (1/0)	Redovisningen är lätt att följa och omfattar en större del av problemet. Det matematiska språket är acceptabelt. (2/0)	Redovisningen är välstrukturerad och omfattar större delen av problemet. Det matematiska språket är lämpligt och korrekt. (2/1)

Här följer bedömda elevarbeten till uppgift 11.

Elevarbete A

$$1 + 2 + 3 = 6$$

$$3 \cdot 2 = 6$$

Jag tog ett plus två plus tre och det blev 6.

$$256 + 257 + 258 + 259 + 260 + 261 + 262 = 1813$$

$$7 \cdot 259 = 1813$$

Det blev samma resultat på båda och det är ju underligt.

Bedömning

	Kvalitativa nivåer				Poäng
Metodval och genomförande	—	x	—	—	1/0
Matematiska resonemang	—	x	—	—	1/0
Redovisning och matematiskt språk	—	x	—	—	1/0
Summa					3/0

Elevarbete B

$$\begin{array}{lcl}
 3, 4, 5 & 3 + 4 + 5 = 12 & 3 \cdot 4 = 12 \\
 & \swarrow \text{ samma svar } \searrow & \\
 7, 10, 12 & 7 + 10 + 12 = 29 & 3 \cdot 10 = 30 \\
 & \swarrow \text{ olika } \searrow & \\
 8, 9, 10 & 8 + 9 + 10 = 27 & 3 \cdot 9 = 27 \\
 & \swarrow \text{ samma } \searrow & \\
 19 + 20 + 21 + 22 + 23 = 105 & & 5 \cdot 21 = 105 \\
 & \swarrow \text{ samma } \searrow & \\
 12 + 13 + 14 + 15 = 54 & & 4 \cdot 27 = 108 \\
 13 + 14 = 27 & \swarrow \text{ olika } \searrow &
 \end{array}$$

Då talen följer varandra blir summan och produkten samma. De måste också vara ett jämnt antal.

Om de inte följer varandra blir summan och produkten olika. Samma gäller om man tar ett jämnt antal.

Bedömning

	Kvalitativa nivåer				Poäng
Metodval och genomförande	—	x	—	—	2/0
Matematiska resonemang	—	x	—	—	1/0
Redovisning och matematiskt språk	—	—	x	—	2/0
Summa					5/0

Elevarbete C

1, 2, 3

$$\begin{array}{l} 1+2+3=6 \\ 3 \cdot 2=6 \end{array} \} \text{ samma}$$

10, 11, 12

$$\begin{array}{l} 10+11+12=33 \\ 3 \cdot 11=33 \end{array} \} \text{ samma}$$

4, 5, 6

$$\begin{array}{l} 4+5+6=15 \\ 3 \cdot 5=15 \end{array} \} \text{ samma}$$

Resultatet blir lika med båda räknesätten.
s = samma resultat

x, y, z

$$\begin{array}{l} x+y+z = s = 3y \\ 3y = s \end{array}$$

1, 2, 3, 4, 5

$$\begin{array}{l} 1+2+3+4+5=15 \\ 5 \cdot 3=15 \end{array} \} \text{ samma}$$

Formeln fungerar på alla tal kombinationer

$$x+y+z = s = 3y$$

Bedömning

	Kvalitativa nivåer				Poäng
Metodval och genomförande	—	x	—	—	1/0
Matematiska resonemang	—	x	—	—	1/0
Redovisning och matematiskt språk	—	x	—	—	1/0
Summa					3/0

Elevarbete D

$$3+4+5 = 12$$

$$3 \cdot 4 = 12$$

Summan blir lika i de båda talen

$$10+11+12 = 33$$

$$3 \cdot 11 = 33$$

addition som multiplikation

$$58+59+60 = 177$$

$$3 \cdot 59 = 177$$

$$5+6+7+8+9 = 35$$

$$5 \cdot 7 = 35$$

Även här blir det lika summa i de två talen.

$$10+11+12+13+14+15+16 = 91$$

$$7 \cdot 13 = 91$$

Det är bara för att det finns två tal 7 och två lika mycket över. Så i det fallet tar de ut varandra. Det gör så att man bara kan addera med 7. Vilket blir samma som multiplikation.

$$2+3+4+5 = 14$$

$$4 \cdot 3,5 = 14$$

Här är det exakt samma sak förutom att det inte finns något tal som står i mitten. Då får man ta medianen som i det första talet är 3,5

$$10+11+12+13+14+15 = 75$$

$$6 \cdot 12,5 = 75$$

Bedömning

	Kvalitativa nivåer				Poäng
Metodval och genomförande	—	×	—	—	2/0
Matematiska resonemang	—	—	×	—	1/2
Redovisning och matematiskt språk	—	—	×	—	2/0
Summa					5/2

Elevarbetet visar MVG-kvaliteter eftersom eleven analyserar och tolkar resultat, för matematiska resonemang, drar slutsatser från olika typer av talföljder och bedömer dess giltighet.

Elevarbete E

$$3+4+5 = 12$$

$$4 \cdot 3 = 12$$

$$2+3+4 = 9$$

$$3 \cdot 3 = 9$$

$$8+9+10 = 27$$

$$9 \cdot 3 = 27$$

Formel: $(a-1) + a + (a+1) = a \cdot \text{antalet tal} = 3a$

Alltså om man adderar ihop tre på varandra efterföljande tal får man summan som är lika med 3 gånger det mellersta talet.

$$4+5+6+7+8 = 30$$

$$2+3+4+5+6 = 20$$

$$1+2+3+4+5 = 15$$

$$8+9+10+11+12 = 50$$

$$6 \cdot 5 = 30$$

$$4 \cdot 5 = 20$$

$$3 \cdot 5 = 15$$

$$10 \cdot 5 = 50$$

Formel: $(x-2) + (x-1) + x + (x+1) + (x+2) = x \cdot \text{antalet tal} = 5x$

Formeln ovan visar på att det måste vara ett udda antal tal för att formeln ska fungera. Ett "mitten tal" som i detta fall är x . I jämna tal finns ej ett "mitten tal" och på grund av detta kan ej samma tankegång fungera.

$$2+3+4+5 = 14$$

$$1+2+3+4 = 10$$

$$1+2+3+4+5+6 = 21$$

$$5+6+7+8+9+10 = 45$$

} inget "mitten tal"

Att inget mitten tal finns betyder att föregående formel ej går att anpassa. De subtraherar inte ut varandra t.ex.

$$(x-2) + (x-1) + x + (x+1) = 4x - 2 \quad (\text{vilket inte ger svaret } 4x)$$

Bedömning

	Kvalitativa nivåer				Poäng
Metodval och genomförande	—	—	×	—	2/1
Matematiska resonemang	—	—	×	—	1/1
Redovisning och matematiskt språk	—	—	—	×	2/1
Summa					5/3

Elevarbetet visar MVG-kvaliteter eftersom eleven genomför matematiska bevis, för ett matematiskt resonemang kring sin metod.

Elevarbete F

$$\begin{array}{ll}
 4+5+6 = 15 & 3 \cdot 5 = 15 \\
 10+11+12 = 33 & 3 \cdot 11 = 33 \\
 1+2+3 = 6 & 3 \cdot 2 = 6 \\
 20+21+22 = 63 & 3 \cdot 21 = 63 \\
 100+101+102 = 303 & 3 \cdot 101 = 303
 \end{array}$$

I alla tal jag tagit så blir det samma svar i både uträkningarna.

$$(x-1) + x + (x+1) = 3x \quad 3 \cdot x = 3x$$

Det blir samma svar vilka tal man tar.

$$\begin{array}{lll}
 1+2+3+4+5 = 15 & 5 \cdot 3 = 15 & \text{Det verkar bli samma svar} \\
 10+11+12+13+14 = 60 & 5 \cdot 12 = 60 & \text{vid båda uträkningarna även} \\
 6+7+8+9+10 = 40 & 5 \cdot 8 = 40 & \text{här.}
 \end{array}$$

$$(x-2) + (x-1) + x + (x+1) + (x+2) = 5x \quad 5 \cdot x = 5x$$

Det blir alltid samma svar både när man lägger ihop talen och multiplicerar antalet tal med det mellersta.

$$\begin{array}{ll}
 1+2+3+4 = 10 & \text{Om man tar de två mellersta talen och} \\
 2 \cdot (2+3) = 10 & \text{multiplicerar med hälften av antalet tal}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 9+10+11+12 = 42 & 2(10+11) = 42 \\
 5+6+7+8 = 26 & 2(6+7) = 26 \\
 x + (x+1) + (x+2) + (x+3) = 4x+6 & 2(x+1+x+2) = 2x+2+2x+4 = 4x+6
 \end{array}$$

Om man gör så blir det samma svar vid första och andra uträkningen. Jag gjorde på detta sättet för att det inte fanns bara ett tal i mitten. När man hade två tal fick man ju i stället multiplicera med hälften så mycket. Man kan också ta mitt i mellan de två mellersta talen t.ex.

$$\begin{array}{ll}
 2+3+4+5 = 14 & x + (x+1) + (x+2) + (x+3) = 4x+6 \\
 3,5 \cdot 4 = 14 & \text{mitt i mellan ligger } x+1,5 \\
 & 4(x+1,5) = 4x+6
 \end{array}$$

Om antalet tal är n gäller

$$\left(\frac{\text{summan av de två mellersta talen}}{2} \cdot n \right) = \text{summan av talen}$$

$n \cdot \text{medianen} = \text{summan av talen}$

Bedömning

Kvalitativa nivåer				Poäng
Metodval och genomförande			x →	2/2
Matematiska resonemang			x →	1/3
Redovisning och matematiskt språk			x →	2/1
Summa				5/6

Elevarbetet visar flera MVG-kvaliteter eftersom eleven väljer generell metod, genomför matematiska bevis, för ett matematiskt resonemang och jämför olika metoder.

Elevarbete G

t.ex. 3, 4, 5

$$3+4+5=12$$

$$4 \cdot 3 = 12$$

10, 11, 12

$$10+11+12=33$$

$$3 \cdot 11 = 33$$

Formel: Om det första talet är x är det andra $x+1$ och det tredje $x+2$.

$x, x+1, x+2$

$$x+x+1+x+2=3x+3$$

$$3(x+1)=3x+3$$

Resultat: När man adderar de tre talen får man samma summa som när man multiplicerar det mellersta talet med 3.

med fem tal

1, 2, 3, 4, 5

$$1+2+3+4+5=15$$

$$3 \cdot 5 = 15$$

16, 17, 18, 19, 20

$$16+17+18+19+20=90$$

$$18 \cdot 5 = 90$$

Formel: Om det första talet är x , det andra $x+1$ och det femte $x+4$

$x, x+1, x+2, x+3, x+4$

$$x+x+1+x+2+x+3+x+4=5x+10$$

$$5(x+2)=5x+10$$

Resultat: När man adderar de fem talen får man samma summa som man får när man multiplicerar det mellersta talet med 5.

7 tal 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

$$1+2+3+4+5+6+7=28$$

$$4 \cdot 7 = 28$$

8, 9, 10, 11, 12, 13, 14

$$8+9+10+11+12+13+14=77$$

$$11 \cdot 7 = 77$$

Formel: Om det första talet är x , det andra $x+1$... och det sjunde $x+6$

$x, x+1, x+2, x+3, x+4, x+5, x+6$

$$x+x+1+x+2+x+3+x+4+x+5+x+6=7x+21$$

$$7(x+3)=7x+21$$

Resultat: Man får samma summa när man adderar de sju talen som när man multiplicerar det mellersta talet med 7.

ter 4 tal

1, 2, 3, 4

$$1+2+3+4=10$$

talet mellan 2 och 3 är $\frac{2+3}{2}$

$$\frac{2+3}{2} \cdot 4 = 10$$

Formel: Första talet är x , andra $x+1$... fjärde $x+3$

$x, x+1, x+2, x+3$

$$x+x+1+x+2+x+3=4x+6$$

$$4 \cdot \left(\frac{x+1+x+2}{2} \right) = 4 \cdot \left(\frac{2x+3}{2} \right) = 4 \cdot (x+1,5) = 4x+6$$

t.ex. 6-tal $1, 2, 3, 4, 5, 6$
 $1+2+3+4+5+6 = 21$
 Talet mellan 3 & 4 är $\frac{3+4}{2}$ $6 \cdot \left(\frac{3+4}{2}\right) = 21$

Formel: första talet är x , andra är $x+1$... sjätte är $x+5$

$$x, x+1, x+2, x+3, x+4, x+5$$

$$x + x+1 + x+2 + x+3 + x+4 + x+5 = 6x + 15$$

$$6 \left(\frac{x+2 + x+3}{2} \right) = 6(x+2,5) = 6x + 15$$

Resultat: man får samma summa när man adderar talen som när man multiplicerar det mellersta med hur många tal det finns totalt.

Man måste ta de två talen som är i mitten och addera dem och sedan dela med 2 för att få det mellersta talet.

t.ex. $1, \textcircled{2}, \textcircled{3}, 4$ $\frac{2+3}{2} = 2,5 \Rightarrow$ det mellersta talet
 talen som är i mitten

Om antal tal är n då x är det första talet

Om 3 tal $3x+3$
 om 4 tal $4x+6$
 om 5 tal $5x+10$
 om 6 tal $6x+15$
 om 7 tal $7x+21$
 om n tal $nx + \left(\frac{n-1}{2}\right) \cdot n = nx + \frac{n^2-n}{2}$

Bedömning

	Kvalitativa nivåer				Poäng
Metodval och genomförande				X >	2/2
Matematiska resonemang				X >	1/3
Redovisning och matematiskt språk				X >	2/1
Summa					5/6 A

Elevarbetet visar flera MVG-kvaliteter eftersom eleven genomför matematiska bevis och väljer en generell metod och modell vid problemlösningen.

Kravgränser

Maxpoäng

Detta prov kan ge maximalt 60 poäng varav 27 vg-poäng.

Provbetyget Godkänd

För att få provbetyget Godkänd ska eleven ha erhållit minst 19 poäng.

Provbetyget Väl godkänd

För att få provbetyget Väl godkänd ska eleven ha erhållit minst 35 poäng varav minst 11 vg-poäng.

MVG-kvalitet

På de α -märkta uppgifterna i detta prov kan eleven visa följande MVG-kvaliteter (markerat med \bigcirc).

MVG-kvalitet	Uppgift				Övriga uppgifter
	8 c	9	10	11	
Formulerar och utvecklar problemet, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	\bigcirc	\bigcirc	\bigcirc	\bigcirc	
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	\bigcirc		\bigcirc	\bigcirc	
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang				\bigcirc	
Värderar och jämför metoder/modeller			\bigcirc	\bigcirc	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk		\bigcirc		\bigcirc	

Provbetyget Mycket väl godkänd

För att få provbetyget Mycket väl godkänd ska eleven, utöver kraven för Väl godkänd, ha visat *minst tre av ovanstående MVG-kvaliteter* i minst två av de α -märkta uppgifterna. Eleven ska också ha erhållit minst 20 vg-poäng för att visa en bredd i sina matematikkunskaper.

Matrisformulär till bedömning och kalkylark för poängberäkning finns på PRIM-gruppens hemsida (www.lhs.se/prim).

Provsammanställning

Sammanställning över hur kursprovet berörs av mål och kriterier enligt kursplan Gy2000

Kursmål och betygskriterier finns i bilaga 3 och 4. Där framgår också den numrering av mål och kriterier som används i nedanstående sammanställningar.

Tabell 1 Kategorisering av uppgifterna i Del I

			Kunskapsområde										Betygskriterier												
Upp- gift nr	g- poäng	vg- poäng	Allmän		Aritmetik		Geometri		Statistik		Algebra och funktionslära		Teknik		Historia		Godkänd				Väl godkänd				
			A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	G1	G2	G3	G4	V1	V2	V3	V4	V5				
1	1	0		x													x								
2	1	0		x													x								
3	1	0		x													x								
4	1	0	x		x	x											x								
5	1	0									x						x								
6	1	0		x													x								
7	1	0	x	x								x					x								
8a	1	0	x					x									x								
8b	0	1						x											x						
9	0	1										x							x						
10	0	1		x					x										x			x			
11	0	1	x	x						x									x						
12	0	1		x						x									x						
13	0	1			x	x													x		x				
14	0	1							x			x							x						
15	0	1							x			x							x		x	x			
	8	8	1/0	4/2	1/1	1/1	1/4										8/0				0/8				

Tabell 2 Kategorisering av uppgifterna i Del II

			Kunskapsområde										Betygskriterier														
Uppgift nr	g-poäng	vg-poäng	K	Allmän	Aritmetik	Geometri		Statistik	Algebra och funktionslära			Teknik	Historia	Godkänd				Väl godkänd					Mycket väl godkänd				
				A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	G1	G2	G3	G4	V1	V2	V3	V4	V5	M1	M2	M3	M4	M5
1a	1	0		x	x									x													
1b	2	0			x		x							x		x											
2	2	0		x				x						x	x	x											
3	2	1				x	x							x		x		x		x							
4	2	0		x	x	x								x	x												
5a	1	0							x		x			x		x											
5b	1	1							x	x	x	x		x	x	x		x		x	x						
5c	0	2							x		x								x	x							
6a	1	0		x				x						x		x											
6b	1	2		x	x			x						x	x	x		x	x	x	x						
7a	1	1		x		x	x							x	x	x			x	x							
7b	1	1			x	x	x			x				x	x	x		x		x	x						
8a	1	0							x		x			x													
8b	1	0							x		x			x	x												
8c	0	2	K	x		x	x		x		x								x	x	x		x	x			
9	2	1	K	x		x	x			x				x		x		x		x	x		x				
10	1	2	K	x	x						x				x	x			x	x	x		x	x		x	
11	5	6	K	x	x			x	x		x	x		x	x	x		x	x	x	x		x	x	x	x	
	25	19		2/2	6/3	8/3	4/1		5/9		0/1			25/0													

Mål att sträva mot

Provet som helhet kan anses pröva delar av målen att sträva mot S1–S6 och S8 (se bilaga 2). Uppgift 8 c, 9, 10 och 11 i Del II prövar speciellt delar av målen att sträva mot S4–S6.

Mål att sträva mot i ämnet matematik enligt kursplan Gy2000

Skolan skall i sin undervisning i matematik sträva efter att eleverna

- S1. utvecklar sin tilltro till den egna förmågan att lära sig mera matematik, att tänka matematiskt och att använda matematik i olika situationer,
- S2. utvecklar sin förmåga att tolka, förklara och använda matematikens språk, symboler, metoder, begrepp och uttrycksformer,
- S3. utvecklar sin förmåga att tolka en problemsituation och att formulera den med matematiska begrepp och symboler samt välja metod och hjälpmedel för att lösa problemet,
- S4. utvecklar sin förmåga att följa och föra matematiska resonemang samt redovisa sina tankegångar muntligt och skriftligt,
- S5. utvecklar sin förmåga att med hjälp av matematik lösa problem på egen hand och i grupp bl.a. av betydelse för vald studieinriktning samt att tolka och värdera lösningarna i förhållande till det ursprungliga problemet,
- S6. utvecklar sin förmåga att reflektera över sina erfarenheter av begrepp och metoder i matematiken och sina egna matematiska aktiviteter,
- S7. utvecklar sin förmåga att i projekt och gruppdiskussioner arbeta med sin begreppsbildning samt formulera och motivera olika metoder för problemlösning,
- S8. utvecklar sin förmåga att utforma, förfina och använda matematiska modeller samt att kritiskt bedöma modellernas förutsättningar, möjligheter och begränsningar,
- S9. fördjupar sin insikt om hur matematiken har skapats av människor i många olika kulturer och om hur matematiken utvecklats och fortfarande utvecklas,
- S10. utvecklar sina kunskaper om hur matematiken används inom informationsteknik, samt hur informationsteknik kan användas vid problemlösning för att åskådliggöra matematiska samband och för att undersöka matematiska modeller.

Mål som eleverna ska ha uppnått efter avslutad kurs A i matematik enligt kursplan Gy2000

Eleven skall

- A1. kunna formulera, analysera och lösa matematiska problem av betydelse för vardagsliv och vald studieinriktning,
- A10. känna till hur matematiken påverkar vår kultur när det gäller till exempel arkitektur, formgivning, musik eller konst samt hur matematikens modeller kan beskriva förlopp och former i naturen,

Aritmetik

- A2. ha fördjupat och vidgat sin taluppfattning till att omfatta reella tal skrivna på olika sätt, med och utan tekniska hjälpmedel med omdöme kunna tillämpa sina kunskaper i olika former av numerisk räkning med anknytning till vardagsliv och studieinriktning,

Geometri

- A3. ha fördjupat kunskaperna om geometriska begrepp och kunna tillämpa dem i vardagssituationer och i studieinriktningens övriga ämnen,
- A4. vara så förtrogen med grundläggande geometriska satser och resonemang att hon eller han förstår och kan använda begreppen och tankegångarna vid problemlösning,

Statistik

- A5. kunna tolka, kritiskt granska och med omdöme åskådliggöra statistiska data samt kunna tolka och använda vanligt förekommande lägesmått,

Algebra och funktionslära

- A6. kunna tolka och hantera algebraiska uttryck, formler och funktioner som krävs för problemlösning i vardagslivet och i studieinriktningens övriga ämnen,
- A7. kunna ställa upp och tolka linjära ekvationer och enkla potensekvationer samt lösa dem med för problemsituationen lämplig metod och med lämpliga hjälpmedel,
- A8. kunna ställa upp, tolka, använda och åskådliggöra linjära funktioner och enkla exponentialfunktioner som modeller för verkliga förlopp inom privatekonomi och i samhälle,

Tekniska hjälpmedel

- A9. ha vana att vid problemlösning använda dator och grafitande räknare för att utföra beräkningar och åskådliggöra grafer och diagram.

Betygskriterier för ämnet matematik enligt kursplan Gy2000

Kriterier för betyget Godkänd

- G1. Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder och tillvägagångssätt för att formulera och lösa problem i ett steg.
- G2. Eleven genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
- G3. Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner samt utför beräkningar på ett sådant sätt att det är möjligt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck.
- G4. Eleven skiljer gissningar och antaganden från givna fakta och härledningar eller bevis.

Kriterier för betyget Väl godkänd

- V1. Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder, modeller och tillvägagångssätt för att formulera och lösa olika typer av problem.
- V2. Eleven deltar i och genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
- V3. Eleven gör matematiska tolkningar av situationer eller händelser samt genomför och redovisar sitt arbete med logiska resonemang såväl muntligt som skriftligt. Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner på sådant sätt att det är lätt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck såväl muntligt som skriftligt.
- V4. Eleven visar säkerhet beträffande beräkningar och lösning av olika typer av problem och använder sina kunskaper från olika delområden av matematiken.
- V5. Eleven ger exempel på hur matematiken utvecklats och använts genom historien och vilken betydelse den har i vår tid inom några olika områden.

Kriterier för betyget Mycket väl godkänd

- M1. Eleven formulerar och utvecklar problem, väljer generella metoder och modeller vid problemlösning samt redovisar en klar tankegång med korrekt matematiskt språk.
- M2. Eleven analyserar och tolkar resultat från olika typer av matematisk problemlösning och matematiska resonemang.
- M3. Eleven deltar i matematiska samtal och genomför såväl muntligt som skriftligt matematiska bevis.
- M4. Eleven värderar och jämför olika metoder, drar slutsatser från olika typer av matematiska problem och lösningar samt bedömer slutsatsernas rimlighet och giltighet.
- M5. Eleven redogör för något av det inflytande matematiken har och har haft för utvecklingen av vårt arbets- och samhällsliv samt för vår kultur.

Kopieringsunderlag för aspektbedömning

Namn:					
	Kvalitativa nivåer			Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	<div><div></div><div></div><div></div></div>				
Matematiska resonemang	<div><div></div><div></div><div></div></div>				
Redovisning och matematiskt språk	<div><div></div><div></div><div></div></div>				
Summa					

Namn:						
Kvalitativa nivåer					Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande				➤		
Matematiska resonemang				➤		
Redovisning och matematiskt språk				➤		
Summa						

Namn:					Poäng	Motiveringar
Kvalitativa nivåer						
Metodval och genomförande						
Matematiska resonemang						
Redovisning och matematiskt språk						
Summa						

Kopieringsunderlag för MVG-bedömning

Namn:	Uppgift				Övriga uppgifter
MVG-kvalitet	8 c	9	10	11	
Formulerar och utvecklar problemet, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	<input type="radio"/>		<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang				<input type="radio"/>	
Värderar och jämför metoder/modeller			<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk		<input type="radio"/>		<input type="radio"/>	

Namn:	Uppgift				Övriga uppgifter
MVG-kvalitet	8 c	9	10	11	
Formulerar och utvecklar problemet, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	<input type="radio"/>		<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang				<input type="radio"/>	
Värderar och jämför metoder/modeller			<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk		<input type="radio"/>		<input type="radio"/>	

Namn:	Uppgift				Övriga uppgifter
MVG-kvalitet	8 c	9	10	11	
Formulerar och utvecklar problemet, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	<input type="radio"/>		<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang				<input type="radio"/>	
Värderar och jämför metoder/modeller			<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk		<input type="radio"/>		<input type="radio"/>	

PRIM

gruppen

Lärarhögskolan i Stockholm
Box 34103, 100 26 Stockholm
E-post: prim-gruppen@lhs.se
Internet: www.lhs.se/prim/