

Eva Norén

Tvåspråkig matematikundervisning

Mellan 2004 och 2006 bedrevs i några skolor i Stockholm stad ett tvåspråkigt undervisningsprojekt i matematik. I projektet sågs de tvåspråkiga elevernas modersmål som resurs för deras lärande i matematik. Syftet med projektet var att öka elevernas möjligheter att lyckas med skolmatematiken och att vända en negativ trend med låg måluppfyllelse. Förhoppningen var också att en allt större andel elever med utländsk bakgrund skulle få tillträde till nationella program på gymnasieskolan.

En utgångspunkt för projektet var att forskning visat att hur elevers tidigare erfarenheter tas tillvara och hur språk används i matematikklassrummet har betydelse för flerspråkiga elevers lärande i matematik (se till exempel Moschkovich 2002; Barwell 2009). Även svenska läroplaner har sedan lång tid betonat att elevers tidigare erfarenheter spelar roll för deras fortsatta lärande. Matematikdidaktiker och forskare har pekat på att lärande i matematik generellt är starkt knutet till kommunikation, språk och språkutveckling (se till exempel Pimm 1987; Rönnberg & Rönnberg 2001). Parszyk (1999) har visat att såväl själva språket som kontexten i matematiska textuppgifter kan vara problematiska för elever med annat modersmål än svenska. Vidare finns forskning som tydligt pekar på de gynnsamma effekterna av tvåspråkig undervisning (se till exempel Setati, Nkambule & Goosen 2011, som är redaktörer för en konferensvolym med bidrag från hela världen).

En viktig förutsättning för (flerspråkiga) elevers matematiklärande är att de kan ta aktiv agens och antingen anta eller motstå positioner och elevroller i matematikklassrummet (Björklund Boistrup 2010; Norén 2010). I matematikundervisning kan elever vars förstaspråk inte är undervisningsspråket komma att relatera till sin hemkultur och sitt modersmål för att konkret öka sitt lärande (Planas & Civil 2013).

I denna artikel börjar jag med att kort sammanfatta de teoretiska begreppen lärande och agens. Därefter illustrerar jag agens med två sekvenser från min avhandling (Norén 2010), där flerspråkiga elever agerar med lärare och/eller varandra. Avslutningsvis använder jag en sekvens där en grupp nyanlända elever arbetar under en tvåspråkig matematiklektion, för att peka på språkliga och kontextuella svårigheter i textuppgifter för just nyanlända elever.

Agens, diskurser och lärande

Agens, människans möjlighet till aktivt handlande, är en svensk översättning av engelskans *agency* som jag använder för att analysera klassrumsinteraktion. Agens innebär att individer agerar utifrån sina intentioner och därigenom skapar sig positioner i en *diskursiv praktik*. Som individ kan man gå i och ur diskurser som görs tillgängliga. I matematikklassrummet handlar det om lärares men främst elevers agens:

I find that one important step in moving beyond the paradigm of modern research in mathematics education is to consider students as acting subject positioned in a complex socio-political context. (Skovsmose 2006:44)

En *diskurs* är ett teoretiskt begrepp som kan beskrivas som en specifik praktik, i vilken en viss typ av uttalanden alstras (Foucault 1993; 2002). Inom varje sådan diskurs produceras definitioner om vad som kan betraktas som giltigt eller "sant" i en viss tid och i en viss miljö. I ett matematikklassrum rör sig en mängd olika diskurser som stödjer och motverkar varandra på en och samma gång. Hur man kan agera och uttrycka sig i klassrummet tas ofta för givet, och dominerande diskurser om till exempel hur man ska undervisa i matematik, liksom vilka språk som ses som värdefulla i klassrummet, verkar parallellt. Dessa diskurser begränsar eller öppnar upp för vad som är möjligt i ett flerspråkigt matematikklassrum. På så sätt verkar diskurser och möjliggör eller begränsar elevers möjligheter till *aktiv agens* och därmed lärande.

Lärande handlar om gynnsamma förhandlingar och omständigheter i klassrummet i relation till byggandet av kunskap. I mitt arbete ser jag elevernas lärande som en produkt av deltagande i diskursiva praktiker, och av förmågan att optimera samspelet med andra för att öka deltagandet. Elevers möjligheter att i olika diskurser ta aktiv agens, det vill säga att vilja engagera sig i lärandeaktiviteter och lärandesammanhang, på olika sätt, spelar här en stor roll. Elever som lär positionerar sig aktivt, eller passivt i diskurser, med avseende på sina möjligheter till lärande. Jag ser då agens som den dynamiska förmågan att agera självständigt och göra val, antingen medvetet eller inte. Agens är inte bara individuellt utan ett resultat av sociala praktiker, som i sin tur är inbäddade i de olika diskurser som inramar klassrumskulturen.

Ett första klassrumsexempel

Följande exempel är centrerat på Madiha, en tvåspråkig 15-årig flicka ursprungligen från Irak och med arabiska som modersmål. Vid tidpunkten för undersökningen hade Madiha kommit till den svenska skolan ungefär två år tidigare. Från början hade Madiha placerats i en förberedelseklass där fokus hade varit på lärande av svenska språket på bekostnad av fortsatt lärande i matematik. Madiha var själv medveten om prioriteringarna i förberedelseklassen:

Sedan arbetade vi nästan ingenting med matte ... det var bara siffror (aritmetiskt) ... plus och minus ... Inga texter ... Vi investerade i svenska ... ingenting på matten ... Jag har kämpat och kämpat ...

När Madiha började i åttan deltog hon i det tvåspråkiga undervisningsprojektet, där språken i undervisningen var arabiska och svenska. Båda språken användes av eleverna och läraren, men de elever som anlant sent till Sverige använde arabiska i större utsträckning än de som tidigare deltagit i matematikundervisning på enbart svenska. Från observationer under flera lektioner stod det klart att Madiha var säker i den matematiska interaktionen med lärare och kamrater när hon använde arabiska, och inte så säker när hon använde svenska. En episod kring ett problem med vinklar och höjder av trianglar illustrerar detta.

Tre flickor, Madiha, Jila och Nina, kombinerar sina två språk samtidigt som de resonerar om uppgiften framför whiteboarden. Jila har ritat två trianglar, en spetsvinklig och en trubbvinklig. Den tvåspråkiga läraren frågar hur många höjder en triangel har och Jila svarar:

Jag ritar en rätvinklig triangel, en ثلاثية قائمة [rätvinklig triangel] är det höjder, finns det höjder? Det här är höjden i en rätvinklig triangel.

Madiha tar aktiv agens för att klargöra frågan om höjden i en triangel. Utdraget nedan visar en del av interaktionen där svenska och arabiska används:

Madiha: Du kan vända triangeln اسأر بقع يلع [upp och ner], då är lätt att förstå att det måste finnas flera höjder ... vilken sida som helst kan vara bas.

Läraren: Det är höjden i en triangel, hur många höjder är det i en triangel? $\text{ثلاثية لكانه، عيس اسأل تاح فصل اددع}$ [Hur många bas-sidor finns det på en triangel?]

Madiha: Man kan göra så här, man kan förlänga ...

Madiha ritade en prickad förlängning av det horisontella benet av en trubbvinklig triangel, och slutade med att välja 90° -vinkeln som kommer upp. Hon försöker resonera om hur man drar den andra och tredje höjden och basen. Hon diskuterar med Nina:

Madiha: Vinkel 90, 90 ... Höjd Nummer 2, i en triangel det finns ... tre höjder ...

Nina: Förläng där ... man kan ju göra samma sak här ... det står så i boken. Man kan göra ... förlänga.

Exemplet visar att Madiha tar uppgiften på allvar och tar aktiv agens för att lära sig mer om trianglar, vinklar och höjder.

Jag vill även särskilt peka på ett uttryckligt erkännande av tvåspråkig undervisning och två språk som en resurs i skapandet av möjligheter till lärande. I en intervju säger Madiha:

Jag har lärt mig mer (matematik och svenska) ... Arabiska gör det lättare och möjligt att lära sig mer ... Språket är en viktig fråga.

Att lära sig matematik genom arabiska och svenska öppnade för aktiv agens och ledde till möjligheter till lärande om höjder i en triangel. Under hela intervjun betonade Madiha hur mycket lättare det är att förstå matematiken när man är tillåten att använda sitt modersmål. Hon hävdade också att hela inlärningsprocessen var starkt beroende av läraren. Läraren var arabisk- och svenskspråkig och använde båda språken regelbundet i sin undervisning. Det är viktigt att notera att tvåspråkig undervisningspraxis sågs av Madiha (och andra elever i projektet) som relaterat till hennes lärande ("arabiska gör det lättare ...").

Exemplet pekar på behovet av tvåspråkiga matematiklärare. Den här lektionen var inbäddad i ett "språkmedvetet" projekt och det finns troligen inte så många tvåspråkiga lärare i Sverige som medvetet använder båda språken som resurs för lärande i matematik.

Ett andra klassrumsexempel

Ett annat klassrumsexempel som belyser elevers agens och deras möjligheter till lärande handlar om fyra flickor, Marian, Norma, Payman och Rama. De arbetar med en gruppuppgift på ett nationellt prov i årskurs 9. Problemet de ska lösa innehåller statistiskt material, som ska användas som utgångspunkt för deras argumentation. Meningen är att läraren ska kunna bedöma om och i vilken utsträckning eleverna använder ett matematiskt

språk, om de behärskar att analysera och tolka data i tabeller och diagram samt i vilken utsträckning de kritiskt kan granska fördelar och nackdelar med olika diagram. Textproblemet handlar om elevers tv-vanor:

30 åttondeklassare på en skola fick svara på frågan. *Hur många timmar tittar du på TV under en vecka?* Resultatet av undersökningen ser du i tabellen. Några olika elevgrupper fick i uppdrag att ställa samman och redovisa dessa data på ett så tydligt och lämpligt sätt som möjligt. Elevgrupp A:1 gjorde detta diagram:

I tabellen visas data i tre kolumner med tio tidsangivelser i varje kolumn. Data är överförd till olika typer av diagram, och den tid eleverna i exemplet tittade på tv varierar från ingen tid alls till 23 timmar i veckan. Flickorna får varsin typ av diagram att studera individuellt. De läser instruktionerna och studerar tabellen och sin typ av diagram – stapeldiagram, cirkeldiagram, histogram och en typ av bubbeldiagram – föreställande tre tv-apparater i olika storlekar. De studerar sina diagram under tystnad en stund och sedan börjar de diskutera med varandra vilken typ av diagram de har. Läraren lyssnar på dem och talar även till dem en efter en och ställer frågor om diagrammen. Senare vänder hon sig till dem som en grupp.

Läraren och eleverna använder endast svenska. En diskussion mellan de fyra flickorna fortskrider. De verkar vara överens om att cirkeldiagrammet är ganska lätt att tolka, men att det kanske inte är den bästa representationen av hur många timmar de 30 åttondeklassarna tittar på tv. Ett stapeldiagram kan vara bättre. Två av flickorna är förvirrade över uttrycket *30 åttondeklassare*: "Hur många är där egentligen?". Rama pekar på cirkeldiagrammet, och säger att hon försöker räkna hur många grupper eller klasser det finns.

Rama: Men... det är 30 klasser... 38 klasser... Trettio åttondeklassare?

Marian: 30? Nej... 30 klasser!

Rama: 30? Nej ... 30 åttondeklasser!

Flickorna slutar att diskutera och tittar på textproblemet som det är skrivet på papperet. De studerar tillsammans de tre kolumnerna med tio angivelser av tiden i timmar i varje kolumn. Tidsangivelserna representerar vad var och en av de 30 eleverna svarade på frågan om hur mycket tid de tittade på tv varje vecka. Det verkar inte hjälpa dem att fortsätta lösa uppgiften. Payman försöker hjälpa till och läser högt:

Payman: Hur många timmar i veckan tittar du på TV? 30 åttondeklassare har fått frågan.

Rama och Marian ser förvirrade ut. De ser på varandra och på läraren. Läraren inser att ingen av flickorna förstår vad uttrycket *30 åtondeklassare* betecknar, att det är 30 enskilda elever i åttonde klass, och hon börjar tala arabiska. Eleverna har förstått uttrycket som om problemet ställdes till 30 olika klasser av elever i årskurs 8 eller till 38 klasser, och problemet verkade inte vettigt när de studerar kolumnerna. Även om eleverna möjligen skulle kunna lösa uppgiften utan att helt förstå betydelsen av *30 åtondeklassare* så stör deras icke-förståelse lösningsprocessen. Läraren översätter så småningom uttrycket, och översätter slutligen hela textproblemet till arabiska. Hon fokuserar även då särskilt på *30 åtondeklassare*. När flickorna fortsätter att diskutera, använder de både arabiska och svenska för en kort stund, bara några meningar, och återgår sedan till enbart svenska. Resten av provsituationen är endast på svenska. Flickorna fortsätter att diskutera fördelar och nackdelar med de olika typerna av diagram, som de nu vet gäller just 30 enskilda elever och deras tv-kanaler.

Efter att provet var avslutat intervjuade jag läraren. Hon sa att hon egentligen inte vill översätta till arabiska eftersom det var ett viktigt test: "Och alla elever i Sverige gör det på svenska, och det är det språk de måste använda när de lär sig i framtiden, när de går till nästa skolnivå, på gymnasiet."

I bedömningsituationen talar läraren och eleverna, till att börja med, endast svenska. Eleverna tar provet på stort allvar, liksom läraren, och svenska fungerar som det högst värderade språket. Man kan säga att en diskurs som normaliserar *endast svenska* var verksam. Diskussionen mellan flickorna går smidigt fram till att Rama och Marian blir medvetna om att de inte är överens om innebörden av uttrycket *30 åtondeklassare*. Deras icke-förståelse stör deras matematiska förståelse och det matematiska samtalet avbryts. De fastnar i lösningsprocessen, blir aningen förvirrade och försöker enas om betydelsen av uttrycket. Under de reguljära matematiklektionerna, när arabiska användes tillsammans med svenska, var denna typ av förvirring sällsynt.

Både läraren och eleverna reflekterar en institutionell värdering, där svenska är tänkt att vara det språk bedömningen sker på, även om både läraren och eleverna vet att användning av arabiska i den här situationen skulle underlätta elevernas förståelse och kommunikationen dem emellan. Man kan uttrycka det som att läraren agerar "genom en diskurs som bestämmer". När läraren efter en stund inser att flickorna är förvirrade och att deras förvirring är ett hinder för dem att gå vidare för att lösa problemet matematiskt, överger hon den dominerande diskursen som bestämmer att *endast svenska* är användbart. Hon väljer då att övergå till att tala det språk eleverna använder under vanliga matematiklektioner och i

sitt dagliga liv, det vill säga arabiska, genom en annan diskurs som *erkänner tvåspråkighet som en resurs*. I en sådan diskurs fungerar arabiskan som språk för begreppsbyggnad.

I provsituationen var de fyra eleverna starkt påverkade av spänningen som alstras av provet. Det var också läraren, som i situationen till att börja med visade en identitet som "svensk" matematiklärare. Som en följd av elevernas agens var hon senare tvingad att visa sin identitet som tvåspråkig. Läraren tog då aktiv agens och erkände sina elever som tvåspråkiga. I detta ögonblick av erkännande, förändrades den rådande (eller inverkan) diskursen från en dominerande diskurs, *endast svenska*, till en diskurs som stöder tvåspråkighet som en resurs, och därmed en möjlighet för eleverna att fortsätta att resonera matematiskt.

Ett tredje klassrumsexempel

I en av de skolor där jag genomförde min studie togs nya elever ständigt emot. Åren 2004–2006 kom många elever från Irak. I den här sekvensen belyser jag kort hur tillgång till modersmålet som läranderesurs kan betyda att nyligen anlända elever får stöd i att lära sig svenska genom tvåspråkig matematikundervisning när de börjar i svensk skola.

En grupp arabisktalande elever i en förberedelseklass hade några timmar i veckan tillgång till en arabisk- och svensktalande matematiklärare. I gruppen hade tre elever helt nyligen börjat, ett syskonpar i årskurs 8 respektive 9 och ytterligare en elev i årskurs 8. De hade anlänt till Sverige drygt en månad tidigare och två veckor senare placerats i en förberedelseklass på skolan. Jag deltog under en tvåspråkig matematiklektion där samtliga nio elever i gruppen arbetade med matematikboken *Mattegruvan*. Läraren bad de tre helt nya eleverna att berätta om det är något i svenskan de vill ha särskild hjälp med (relaterat till matematik). Eleverna bad läraren att förklara hur man uttrycker tid på svenska. I förberedelseklassen och i ämnet svenska som andraspråk hade de försökt förstå *kvart över, fem i halv, fem över halv* och *kvart i*. Läraren utgick från arabiska samtidigt som hon pekade på en stor väggklocka hon tagit ner från väggen. De tre eleverna uttryckte i kör, på svenska, samtidigt som läraren flyttade minutvisaren: *en minut över (två), två minuter över, fem över, tio över*. När visaren pekade på kvart över två (02.15 eller 14.15) tvekade två av eleverna, den tredje sa *femton över*. Detta upprepade sig vid *tjugofem över (två), halv tre och fem över halv*.

Läraren visste mycket väl att det är svårt för eleverna att uttrycka tid på svenska, eftersom det skiljer sig från hur man uttrycker tid på arabiska. När eleverna gavs möjlighet att jämföra hur man uttrycker tid på svenska och

arabiska drog de alla en lättnadens suck. Det gjorde de också när läraren på arabiska förklarade och översatte en del av uppgifterna i *Mattegruvan*. De exempel de arbetade med den här dagen handlade om mete på sjön i en roddbåt. Även om eleverna gjorde en hel del av översättningarna på egen hand med hjälp av lexikon, så underlättade den tvåspråkiga lärarens förklaringar mycket. Att översätta uppgifter ord för ord räckte oftast inte, eftersom sammanhanget i matematikuppgifterna ofta sträckte sig längre än vad en ren översättning tillät, som i exemplet med att meta sittande i en roddbåt, vilket inte varit en vanlig aktivitet i elevernas tidigare hembygd.

Detta är ett exempel på samma fenomen som Parszyk (1999) beskriver i sin avhandling *En skola för andra*. Hon pekar på en rad språkliga och kontextuella problem när elever som inte har svenska som modersmål och inte heller en svensk kulturbakgrund arbetar med textuppgifter i matematik. Textuppgifterna anknyter ofta till en kontext som är obekant för dessa elever, såväl språkligt som kulturellt.

Slutsatser

Det första klassrumsexemplet visar på fördelarna med tvåspråkig undervisning. Tvåspråkig undervisning låter Madiha fortsätta att utveckla sin matematiska kompetens men också kompetensen i svenska språket i relation till hennes lärande i matematik.

Det andra klassrumsexemplet visar på en komplexitet. Å ena sidan är svenska språket viktigt, eftersom det är språket för fortsatta studier på gymnasiet i Sverige¹. Samtidigt utmanas diskursen *endast svenska* när läraren tar aktiv agens och översätter till och förklarar på arabiska. Lärarens främsta bekymmer var att eleverna skulle förstå innebörden av problemet, för att kunna diskutera det. Eleverna behövde översättningen för att kunna fortsätta argumentera matematiskt. När eleverna förstått innebörden av *30 åttondeklassare*, kunde de fortsätta att diskutera och argumentera för att lösa uppgiften. Förutom att vara en provsituation som beskrivs som ovan, kan omständigheterna också tolkas som en möjlighet för elevernas aktiva agens och till matematisk kommunikation. Det finns utrymme för elevernas agens i både elev-elev-kommunikation och lärare-elev-kommunikation.

Båda exemplen visar att problemlösning som ställer krav på tvåspråkiga

1. Här vill jag dock hänvisa till Haglund (2005) som berättar om en elev som uttalar att hon istället för att satsa på svenska satsar på att lära sig engelska. Hon kan läsa gymnasiet på IB-programmet och tänker flytta till ett engelskspråkigt land när hon blir äldre. Hypotetiskt finns den möjligheten för alla elever.

elevers muntliga kommunikation och som uppmuntrar eleverna att lära sig matematisk argumentation kan behöva ske på två språk. Även om inte läraren behärskar elevernas båda språk skulle elever som använder samma språk kunna uppmuntras till att använda det i problemlösningssituationer. Då kan betydelsen av innehållet i textuppgifter tydliggöras. Utifrån det tredje exemplet gör jag ytterligare en reflektion: När tvåspråkiga elever ska lösa matematiska uppgifter, och har tillgång till modersmålet som resurs i lärandet, behöver de inte fastna på ordförråd eller kulturella fenomen de inte känner till. De kan gå vidare och undervisningen är mer meningsfull än om bara svenska används.

Det tredje exemplet visar även på fördelar när nyligen anlända elever kan använda sitt modersmål och genom matematikundervisningen kan utveckla svenskan med hjälp av en tvåspråkig matematiklärare. Orsaken till att eleverna inte kan lösa uppgifterna ligger i uppgifternas konstruktion och kan inte förklaras som en brist hos eleverna. När tvåspråkighet uppmuntras i flerspråkiga matematikklassrum, diskrimineras inte eleverna, vilket sker när fokus ligger på *endast svenska*.

Diskurs och agens har visat sig vara användbara som analytiska verktyg för att undvika determinism och bristtänkande, vilket ofta används för att förklara flerspråkiga elevs lärande i svenska klassrum. I flerspråkiga matematikklassrum som bejakar elevernas tvåspråkighet behöver inga elever missgynnas.

Referenser

- Andersson, A. & Norén, E. (2011). Agency in mathematics education. I: Pytlak, M., Swoboda, E. & Rowland, T. (red.). *Proceedings of the 7th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. 1389–1398. Rzeszów, Polen: ERME.
- Barwell, R. (2009). Multilingualism in Mathematics Classrooms: An Introductory Discussion. I: Barwell, R. (red.). *Multilingual Mathematics Classrooms: Global Perspectives*, 1–13. Bristol, Buffalo, Toronto: Multilingual Matters.
- Björklund Boistrup, L. (2010). *Assessment Discourses in Mathematics Classrooms: A Multimodal Social Semiotic Study*. Doktorsavhandling. Stockholm: Stockholms universitet.
- Foucault, M. (1993). *Diskursens ordning*. Stehag: Symposium bibliotek.
- Foucault, M. (2002). *Vetandets arkeologi*. Lund: Arkiv förlag.
- Haglund, C. (2005). *Social Interaction and Identification among Adolescents in Multilingual Suburban Sweden*. Doktorsavhandling. Stockholm: Stockholms universitet.

- Norén, E. (2008). Bilingual students' mother tongue. A resource for teaching and learning mathematics. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 13(4), 29–50.
- Norén, E. (2010). *Flerspråkiga matematikklassrum: Diskurser i grundskolans matematikundervisning*. Doktorsavhandling. Stockholm: Stockholms universitet.
- Norén, E. (2011). 30 Grade – eight students: Discourse switch and bilingual students solving text problems in mathematics. I: Setati, M., Nkambule, T. & Goosen, L. (red.). *Proceedings of the ICMI Study 21 Conference: Mathematics Education and Language Diversity*, 16–20 September 2011. 292–300. Sao Paulo, Brasilien.
- Parszyk, I-M. (1999). *En skola för andra: Minoritetslevers upplevelser av arbets- och livsvillkor i grundskolan*. Doktorsavhandling. Stockholm: HLS Förlag.
- Pimm, D. (1987). *Speaking mathematically. Communication in mathematics classrooms*. London: Routledge & Kegan Paul.
- Planas, N. & Civil, M. (2013). Language-as-resource and language-as-political: Tensions in the bilingual mathematics classroom. *Mathematics Education Research Journal*, 25(1).
- Rönnerberg, I. & Rönnerberg, L. (2001). *Minoritetslever och matematikutbildning. En litteraturöversikt*. Stockholm: Skolverket.
- Setati, M., Nkambule, T. & Goosen L. (2011). *Proceedings of the ICMI Study 21 Conference: Mathematics Education and Language Diversity*, 16–20 September 2011. Sao Paulo, Brasilien.
- Skovsmose, O. (2006). Challenges for mathematics education research. I: Maas, J. & Schöglmann, W. (red.), *New mathematics education research and practice*. 33–50. Rotterdam: Sense Publishers.