

Nationella provet i matematik årskurs 3, 2023

Victor Severyd och Johanna Ingmarsdotter Lundmark

Rapport 2023:5

PRIM-gruppen
Institutionen för ämnesdidaktik



**Stockholms
universitet**

Innehåll

Inledning	3
Konstruktionsprocessen för provet.....	3
Provets sammansättning.....	3
Provresultat med kommentarer	4
Skriftliga räknemetoder	5
Enkätresultat med kommentarer	10
Vad tyckte lärare och elever?	10
Bedömning och analys	10
Sammanfattning.....	11

Inledning

Syftet med de nationella proven i årskurs 3 är att stödja bedömningen av elevernas kunskaper i relation till kriterierna för bedömning av kunskaper. Proven i årskurs 3 kan även utgöra ett underlag för läraren att stödja eleverna i att utvecklas vidare kunskapsmässigt. De nationella proven kan också bidra till att stärka skolornas kvalitetsarbete genom analyser av provresultaten i relation till uppnådda bedömningskriterier på skolnivå, huvudmannanivå och på nationell nivå.

Syftet med denna rapport är främst att redovisa PRIM-gruppens insamling av elevernas resultat från det nationella provet i årskurs 3 samt resultat från lärarnas svar på lärarenkäten. Underlaget är drygt 500 besvarade enkäter och nära 800 slumpvis utvalda elevers inskickade resultat på provet. I rapporten redovisas även en analys av elevers arbete med skriftliga räknemetoder.

Konstruktionsprocessen för provet

Den huvudsakliga utgångspunkten vid konstruktion av nationella prov är läroplan och kursplan med förmågor och centralt innehåll samt kriterier. Bedömningen utgår från kriterierna.

Uppgifterna till 2023 års prov är konstruerade av PRIM-gruppen i samarbete med av en grupp bestående av yrkesverksamma lärare, lärarutbildare och forskare. Ett flertal utprövningar, med efterföljande analyser och förändringar av materialet, har genomförts med elever i årskurs 3 och 4. Därefter har provet satts samman och bedömningsanvisningar skrivits.

För att säkerställa kvaliteten på elevmaterialet har samarbete skett med sakkunniga som har specifik kompetens inom till exempel andraspråksperspektiv och elever med synnedsättning. Slutligen har en kravgränssättningsgrupp bestående av yrkesverksamma lärare och speciallärare i årskurs 1–6 fått till uppgift att, utifrån kvalitativa och kvantitativa analyser samt analys av kursplan, kriterier och saklogiska resonemang, föreslå kravnivå för respektive delprov.

Provets sammansättning

Provet omfattar sju delprov varav ett muntligt och sex skriftliga. Provet består av flera kortare delprov med hänsyn till åldersgruppen. Det övergripande temat för provet 2023 är naturen. Temat genomsyrar både provets uppgifter och berättelsen om de två barnen Nova och Troj.

Delprov A är ett muntligt delprov som handlar om problemlösning och att resonera kring sannolikhet och statistik. Delprovet avser främst att pröva förmågorna kommunikation och resonemang, men eleverna har också möjlighet att visa problemlösnings- och begreppsförmåga.

Delprov B handlar om stegvisa instruktioner, obekanta tal, matematiska likheter samt talföljder. Eleverna har möjlighet att visa begrepps-, metod-, resonemangs- samt kommunikationsförmåga.

Delprov C handlar om de fyra räknesätten. Eleverna har möjlighet att visa begrepps-, metod- och kommunikationsförmåga.

Delprov D handlar om geometriska objekt, uppskattning och mätning av längd samt skala. Eleverna har möjlighet att visa begrepps-, metod-, resonemangs- och kommunikationsförmåga.

Delprov E handlar om att lösa enkla problem. Eleverna har möjlighet att visa begrepps-, metod-, problemlösnings- och kommunikationsförmåga.

Delprov F handlar om skriftliga räknemetoder. Eleverna har möjlighet att visa metod- och kommunikationsförmåga.

Delprov G handlar om uppdelning av tal, överslagsräkning, tal i bråkform, huvudräkning samt likhetstecknets betydelse. Eleverna har möjlighet att visa begrepps-, metod- och kommunikationsförmåga.

Provresultat med kommentarer

Följande resultat grundar sig på PRIM-gruppens webbinsamling av ett slumpmässigt urval på nära 800 elevers resultat. I webbinsamlingen rapporterar lärarna resultat på uppgiftsnivå för elever födda den 15:e i någon av årets månader. De kvalitativa analyserna grundar sig dels på de inrapporterade resultaten, dels på ett urval av de inskickade elevlösningarna för elever födda den 15 mars eller 15 oktober.

Tabell 1. Procentuell andel av elever som nått respektive delprovs kravnivå. ($n = 785$)

Delprov	Andel
Delprov A	95 %
Delprov B	89 %
Delprov C	86 %
Delprov D	88 %
Delprov E	87 %
Delprov F	81 %
Delprov G1*	81 %
Delprov G2*	84 %

*) För delprov G gäller de två kravnivåerna skilda centrala innehåll. Det är en kravnivå per centralt innehåll.

Skriftliga räknemetoder

I de nationella proven i matematik för årskurs 3 har skriftliga räknemetoder i addition och subtraktion prövats varje år. Över åren har antalet uppgifter och fördelningen mellan additions- och subtraktionsuppgifter varierat. Att andelen additionsuppgifter minskats beror främst på att elever generellt har framgångsrika metoder för addition. Subtraktionsmetoderna ges i stället större utrymme vilket ger ett bredare underlag för läraren att kunna analysera hur säkra eleverna är på metoderna och hur väl de kommunicerar metoderna till sig själva och till mottagaren.

Analys av uppgifter som prövar skriftliga räknemetoder

I det tidigare kunskapskravet i Lgr11 beskrevs att eleven vid ”[...] addition och subtraktion kan eleven välja och använda skriftliga räknemetoder med tillfredsställande resultat när talen och svaren ligger inom heltalsområdet 0–200.” I den reviderade läroplanen Lgr22 gjordes en ny skrivelse och nu står det i kriterierna för bedömning att vid ”[...] addition och subtraktion väljer och använder eleven skriftliga räknemetoder med tillfredsställande säkerhet”. Då provets syfte är att pröva elevernas uppnådda kunskaper i förhållande till kriterierna för bedömning (tidigare kunskapskrav) har konstruktionen av uppgifter som prövar skriftliga räknemetoder tidigare år prövats inom talområdet 0–200. I Lgr22 finns inget talområde utskrivet.

I det nationella provet i årskurs 3 år 2023 prövas skriftliga räknemetoder genom två additionsuppgifter och fyra subtraktionsuppgifter i delprov F. Elevernas lösningar bedöms med två poäng, dels utifrån om svaret är korrekt, dels huruvida metoden använts korrekt enligt bedömningsanvisningarna. Uppgifterna i provet är under sekretess, men kan liknas med följande uppgifter:

1. $135 + 47$
2. $203 + 298$
3. $290 - 64$
4. $235 - 116$
5. $500 - 78$
6. $136 - 57$

I tabell 2 visas andelen elever som rapporterat ta respektive metod- och svars-poäng i delprovet.

Tabell 2. Andel elever som rapporterat ta respektive poäng i delprov F. ($n = 785$)

Uppgift	1		2		3		4		5		6	
	Metod	Svar	Metod	Svar	Metod	Svar	Metod	Svar	Metod	Svar	Metod	Svar
Andel elever	0,89	0,89	0,88	0,86	0,81	0,81	0,79	0,74	0,77	0,73	0,74	0,68

Vid inrapportering av resultat besvaras även en enkät av lärare. I årets enkät fick lärarna bland annat att ta ställning till påståendet ”Talområdet som prövas inom skriftliga räknemetoder (delprov F) är i linje med vad som har behandlats i undervisningen.” Av drygt 500 lärare instämmer 95 procent av lärarna i påståendet, fyra procent instämmer till viss del och en procent instämmer inte alls.

Elevers självskattning inom skriftliga räknemetoder

Enligt syftestexten i kursplanen så ska undervisningen i matematik bidra till att eleverna utvecklar en tilltro till sin förmåga att använda matematik i olika sammanhang. I samband med det nationella provet i matematik för årskurs 3 får eleverna skatta hur de känner sig i olika matematiska sammanhang på en tregradig skala: säker, ganska säker eller osäker. Denna skattning är rekommenderad att genomföra innan eleverna börjar arbeta med uppgifterna. En jämförelse kan sedan göras mellan elevernas svar på självbedömningsfrågorna och deras resultat på liknande uppgifter i provet. En sådan jämförelse kan ge underlag både för en bedömning av elevernas tilltro till sin egen förmåga att använda matematik och hur realistisk den tilltron är.

Vid provet 2023 fick eleverna skatta sin tilltro till sin förmåga att visa beräkningar med skriftliga räknemetoder. En jämförelse har gjorts av elevers självskattningar och huruvida de uppnått kravnivån i delprov F som prövar skriftliga räknemetoder. Underlaget är 190 inskickade elevlösningar. I tabellen nedan visas fördelningen av elevernas skattningar och i vilken utsträckning de uppnått kravgränsen för delprov F.

Tabell 3. Elevers självskattning om att visa en skriftlig räknemetod och om de uppnått kravnivån för delprov F, som avser att pröva skriftliga räknemetoder. ($n = 190$)

Skattning	Andel elever	Andel elever som uppnått kravnivån för delprov F
Säker	0,53	0,79
Ganska säker	0,42	0,70
Osäker	0,05	0,60

Av de elever som skattat att de känner sig säkra är det knappt 80 procent som klarat kravgränsen för delprovet och av de som uppgett sig vara ganska säkra är motsvarande andel 70 procent. Bland de som uttryckt att de känner sig osäkra är det 60 procent som uppnått kravgränsen för delprovet.

Kvalitativ analys av skriftligt kommunicerade metoder

Ur det inskickade materialet har 200 elevlösningar slumpvis valts ut för närmare analys av PRIM-gruppen. Elevernas val av metod i respektive uppgift i delprovet har kategoriserats utifrån vilken metod som skriftligt har kommunicerats. Elevsvar där de ingående talen endast tecknats, vågrätt eller lodrätt, utan kommunicerad metod, har kategoriserats som att ingen metod har använts. Bland de metoder som kategoriserats som övriga skriftliga räknemetoder finns t.ex. talsortsvis, stegvis och kompensatorisk beräkning.

Nedan redovisas kategorierna lodrät algoritm (tabell 3), övriga redovisade skriftliga metoder (tabell 4) och de som inte kommunicerat någon skriftlig metod (tabell 5). Av tabellerna framgår andelen elever som väljer och använder metoden samt huruvida metoden används korrekt och dessutom anger korrekt svar.

Tabell 4. Lodrät algoritm. ($n = 200$)

Uppgift	Andel elever som väljer metoden	Andel som använder metoden korrekt och anger ett korrekt svar
1	0,88	0,94
2	0,89	0,92
3	0,84	0,86
4	0,81	0,83
5	0,82	0,77
6	0,85	0,78

Tabell 5. Övriga skriftliga räknemetoder. ($n = 200$)

Uppgift	Andel elever som väljer metoden	Andel som använder metoden korrekt och anger ett korrekt svar
1	0,07	0,62
2	0,05	0,60
3	0,05	0,78
4	0,06	0,42
5	0,07	0,69
6	0,05	0,44

Tabell 6. Ingen kommunicerad metod. ($n = 200$)

Uppgift	Andel elever	Andel som anger ett korrekt svar
1	0,05	0,70
2	0,06	0,75
3	0,11	0,36
4	0,13	0,15
5	0,11	0,26
6	0,10	0,15

I analysen framkommer att metoden lodrät algoritm är vanligast förekommande bland de inskickade elevlösningarna (tabell 4). Metoden är mest framgångsrik i additionsuppgifterna men faller sedan något när metoden sedan används i subtraktion med en eller flera växlingar. Övriga metoder förekommer sparsamt (tabell 5) och med varierande resultat. Andelen elever som inte kommunicerar någon metod är större i subtraktionsuppgifterna än i additionsuppgifterna (tabell 6). Analysen visar dock att det verkar vara mer framgångsrikt att använda en skriftlig metod än att inte göra det när det gäller uppgifter i subtraktion.

Kvalitativ felsvarsanalys av två av uppgifterna i subtraktion

En kvalitativ analys av felsvar har gjorts på de 200 slumpmässigt utvalda elevlösningarna med fokus på uppgift 5 och 6. I dessa uppgifter används och kommuniceras metoden lodrät algoritm av drygt 80 procent av eleverna. Analysen kommer att behandla felsvar som beror på metodfel. Andra fel i det analyserade materialet förekommer i enstaka fall och kan t.ex. bero på avläsningsfel inom den redovisade beräkningen (en struken tvåa räknas som en åtta eller en sexa läses som en nolla) eller felberäkningar som ej kan härledas till metodfel, vilket anses vara ett mindre fel. En sammanfattande diskussion om metodfelen finns under rubriken sammanfattning av felsvarsanalys.

Uppgift 5 $500 - 78 = 422$

Om en elev väljer och använder metoden lodrät algoritm innebär denna uppgift en växling över noll vilket kan synliggöra vanliga metodfel. I tabellen nedan visas exempel på de vanligast förekommande metodfelen i det analyserade underlaget med kommentarer.

Tabell 7. Exempel på vanliga metodfel för den skriftliga räknemetoden lodrät algoritm i uppgift 5

Exempel		Kommentar
1.	$\begin{array}{r} 10^{10} \\ 500 \\ - 78 \\ \hline 432 \end{array}$	Exempel 1 visar det vanligaste metodfelet i det analyserade urvalet. Växlingar genomförs till synes korrekt från hundratal via tiotal till ental. Vid beräkning av tiotalet används dock värdet tio för den strukna tian i stället för nio som är det nya värdet.
2.	$\begin{array}{r} 10^{10} \\ 500 \\ - 78 \\ \hline 432 \end{array}$	Exempel 2 visar på ett metodfel där växling sker från noll tiotal.
3.	$\begin{array}{r} 10^{10} \\ 500 \\ - 78 \\ \hline 332 \end{array}$	Exempel 3 visar ett metodfel vid växling mellan positioner där hundratal växlas både till tiotalpositionen och till entalspositionen.
4.	$\begin{array}{r} 500 \\ - 78 \\ \hline 578 \end{array}$	Exempel 4 visar antingen på ett vanligt metodfel inom subtraktion, att $0 - 7$ beräknas som $7 - 0$, alternativt så har en addition beräknats i stället för en subtraktion. Jämför med exempel 7 och 8 (tabell 8).
5.	$\begin{array}{r} 10 \\ 500 \\ - 78 \\ \hline 472 \end{array}$	Exempel 5 visar en kombination av de två metodfelen som beskrivs i exempel 3 och 4 där växling görs från hundratal till ental och därefter beräknas $0 - 7$ som $7 - 0$ på tiotalpositionen.
6.	$\begin{array}{r} 10^{10} \\ 500 \\ - 78 \\ \hline 22 \end{array}$	Exempel 6 visar en variant på exempel 1 där metodfelet rör värdet av ett struket tal. I detta fall hanteras den strukna tian korrekt men den strukna femman försvinner helt. Jämför med exempel 10 (tabell 8).

Uppgift 6 $136 - 57 = 79$

Om en elev väljer och använder metoden lodrät algoritm innebär denna uppgift vanligtvis två växlingar och de exemplifierade metodfelen i denna uppgift kan komplettera och bekräfta bilden av några vanliga metodfelen i subtraktion. I tabellen nedan visas exempel på de vanligast förekommande metodfelen i det analyserade underlaget med kommentarer.

Tabell 8. Exempel på vanliga metodfel för den skriftliga räknemetoden lodrät algoritm i uppgift 6

Exempel		Kommentar
7.	$\begin{array}{r} 136 \\ - 57 \\ \hline 121 \end{array}$	Exempel 7 visar det vanligaste metodfelet i denna uppgift där värdena inte beräknas uppifrån och ner, $7 - 6$ beräknas i stället för $6 - 7$ och $3 - 5$ i stället för $5 - 3$.
8.	$\begin{array}{r} 10 \\ 136 \\ - 57 \\ \hline 139 \end{array}$	Exempel 8 visar att växlingen från tiotal till ental fungerar bra och den strukna trean hanteras som en tvåa men vid beräkningen av tiotalen beräknas $5 - 2$ i stället för $12 - 5$.
9.	$\begin{array}{r} 10\ 10 \\ 136 \\ - 57 \\ \hline 89 \end{array}$	Exempel 9 kan jämföras med exempel 1 (tabell 7). Vid första anblicken ger beräkningen intrycket av en korrekt metod men den strukna trean på tiotalpositionen hanteras inte korrekt då tiotalet beräknas $13 - 5 = 8$.
10.	$\begin{array}{r} 10\ 10 \\ 136 \\ - 57 \\ \hline 59 \end{array}$	Exempel 10 kan jämföras med exempel 6 (tabell 7) där metodfelet grundar sig i att ett struket värde förändras och behöver hanteras. Den strukna ettan i hundratalet försvinner ur beräkningen vilket är korrekt då dess nya värde är noll och därmed inte nödvändigtvis behöver skrivas ut på den högsta positionen. Dock verkar även den strukna trean på tiotalpositionen försvinna ur beräkningen då tiotalen beräknas $10 - 5 = 5$.

Sammanfattning av felsvarsanalys

Enligt det analyserade underlaget i dessa två uppgifter så framkommer några generella svårigheter med metoden lodrät algoritm i subtraktion.

De metodfel som verkar vara typiska för subtraktion med lodräta algoritmer gäller hanteringen av växlingar mellan positionerna. Hur växlingar genomförs, att inväxlade värden minskar med ett och hur de strukna värdena hanteras i beräkningarna är avgörande för om metoden ska anses godtagbar eller inte. För att undersöka systematiska metodfel som kan bero på missuppfattningar kring metoden behöver lösningar på fler subtraktionsuppgifter analyseras.

De lodräta algoritmerna för addition och subtraktion liknar varandra på många sätt. Vid beräkningar i addition är det en effektiv strategi att utgå från det högre värdet och addera det lägre, en strategi som många utvecklar med säkerhet innan de börjar med skriftliga räknemetoder. Räknesättet subtraktion är dock inte kommutativt som räknesättet addition och då kan denna strategi, som ibland kallas "störst först", orsaka systematiska fel. Vissa elever visar svårigheter med att en subtraktion som tecknas vågrätt ska beräknas från vänster till höger. Liknande svårigheter kan ses vid metoden lodrät algoritm där subtraktionen ska beräknas uppifrån och ner. Två procent av eleverna i det analyserade materialet gör detta fel genomgående på alla positioner i både uppgift 5 och 6. Felet kan även spåras i felsvaren hos de som ej kommunicerat någon skriftlig metod.

Enkätresultat med kommentarer

Det är viktigt för den fortsatta utvecklingen av det nationella provet att få lärares synpunkter såväl på genomförandet som på innehållet i provet och tillhörande material.

Vad tyckte lärare och elever?

För påståendet ”Provet som helhet är bra” instämde 96 procent av lärarna helt eller till stor del. För påståendet ”Lärarinformationen ger mig tillräckligt med information för genomförandet av provet” instämmer 99 procent av lärarna helt eller till stor del. På frågan ”Vilka var dina elevers huvudsakliga reaktioner på det nationella provet i matematik?” svarade 78 procent av lärarna att elevernas reaktioner i huvudsak var positiva. 20 procent av lärarna har svarat att elevernas reaktioner var både positiva och negativa. En procent av lärarna svarade att eleverna varken var positiva eller negativa och en procent av lärarna har svarat att deras elevers reaktioner var i huvudsak negativa.

Bedömning och analys

För påståendet ”Provet som helhet är ett stöd för bedömningen” instämde 93 procent av lärarna helt eller till stor del. Sex procent av lärarna instämmer till viss del och en procent av lärarna instämmer inte alls. På frågan ”Vad anser du om kravgränserna i förhållande till kriterierna i kursplanen?” svarade 91 procent att de var lämpliga. Sex procent av lärarna ansåg att kravgränserna var för låga och tre procent av lärarna ansåg att de var för höga.

Kapitel 4 i bedömningsanvisningarna, ”Analys och uppföljning”, innehåller ett stöd till lärare vid analys av elevers prestationer för att vidare stödja elevers kunskapsutveckling. För påståendet om kapitel 4 har varit ett bra stöd i analyserna av elevernas visade kunskaper har lärare svarat och kommenterat på följande sätt:

84 procent av lärarna instämde helt eller till stor del.

”Användbart när man ska skriva omdömen. Meningarna hjälper en att mer exakt hitta svårigheter eleven har.”

”Kapitlet är tydligt och detaljerat och ger mig tillräckligt med information för att kunna genomföra en bra analys och en bra uppföljning.”

”Bra stöd för att tänka vad som är nästa steg.”

”Det har varit ett bra stöd för analys. Ja, vad som bör uppmärksammas i de olika proven.”

”Det är mitt första nationella prov och jag tycker att allt material och alla anvisningar som funnits med har underlättat och gjort allt mycket tydligt.”

”Det är bra att ni punktar upp vilka olika saker man kan vara uppmärksam på, ofta avläser man det själv från provet.”

15 procent av lärarna instämde till viss del.

”Alldeles för omfattande om provet redan visar samma bedömning som den ordinarie undervisningen.”

”Används bara vid oklarheter.”

”Jag har upplevt det som mestadels överflödigt men det har inte varit dåligt.”

En procent av lärarna instämde inte alls.

”För mycket information att ta del av. Det räckte med bedömningsstödet för respektive delprov.”

Sammanfattning

Det nationella provet i matematik för årskurs 3 avser att pröva elevens kunskaper på lägst godtagbara nivå. Provet består av sju delprov, sex skriftliga och ett muntligt, där eleverna ges möjlighet att visa sina matematikkunskaper inom en stor del av det centrala innehållet. Resultaten för respektive delprov och efterföljande analys kan även utgöra ett underlag för läraren att stödja eleverna i att utvecklas vidare kunskapsmässigt. Som stöd för analys finns i provmaterialet kapitel 4 ”Analys och uppföljning” som de allra flesta lärarna anser vara ett stöd i deras analyser av resultatet på provet.

Analyser av elevlösningar inom skriftliga räknemetoder visar att lodrät algoritm är den mest använda metoden av eleverna. Metoden är mer framgångsrik i addition än i subtraktion. Ett komplement i bedömningen av elevernas skriftliga räknemetoder är att göra en felsvarsanalys. I analysen av felsvar kan missuppfattningar kring metodens användning uppmärksammas.

I lärarenkäten framkommer att både lärare och elever i hög grad är positivt inställda till provet. Nio av tio lärare anser att provet som helhet är ett stöd för bedömningen och att provets kravgränser är lämpliga.

